

TEMA 2.1: MODELOS UNIVARIANTES

CINVE 2015
Antoni Espasa

Antoni.espasa@uc3m.es

- **2.1 La descomposición clásica de una serie temporal económica.**

MUESTRAS ALEATORIAS Y SERIES TEMPORALES

- En las **muestras aleatorias** las observaciones están
IDENTICAMENTE e
INDEPENDIENTEMENTE distribuidas.

En **series temporales**

NO ESTÁN IDENTICAMENTE DISTRIBUIDAS
(hay que modelizar la no estacionariedad)

SON DEPENDIENTES (hay que modelizar la estacionariedad).

Características dinámicas de los fenómenos económicos

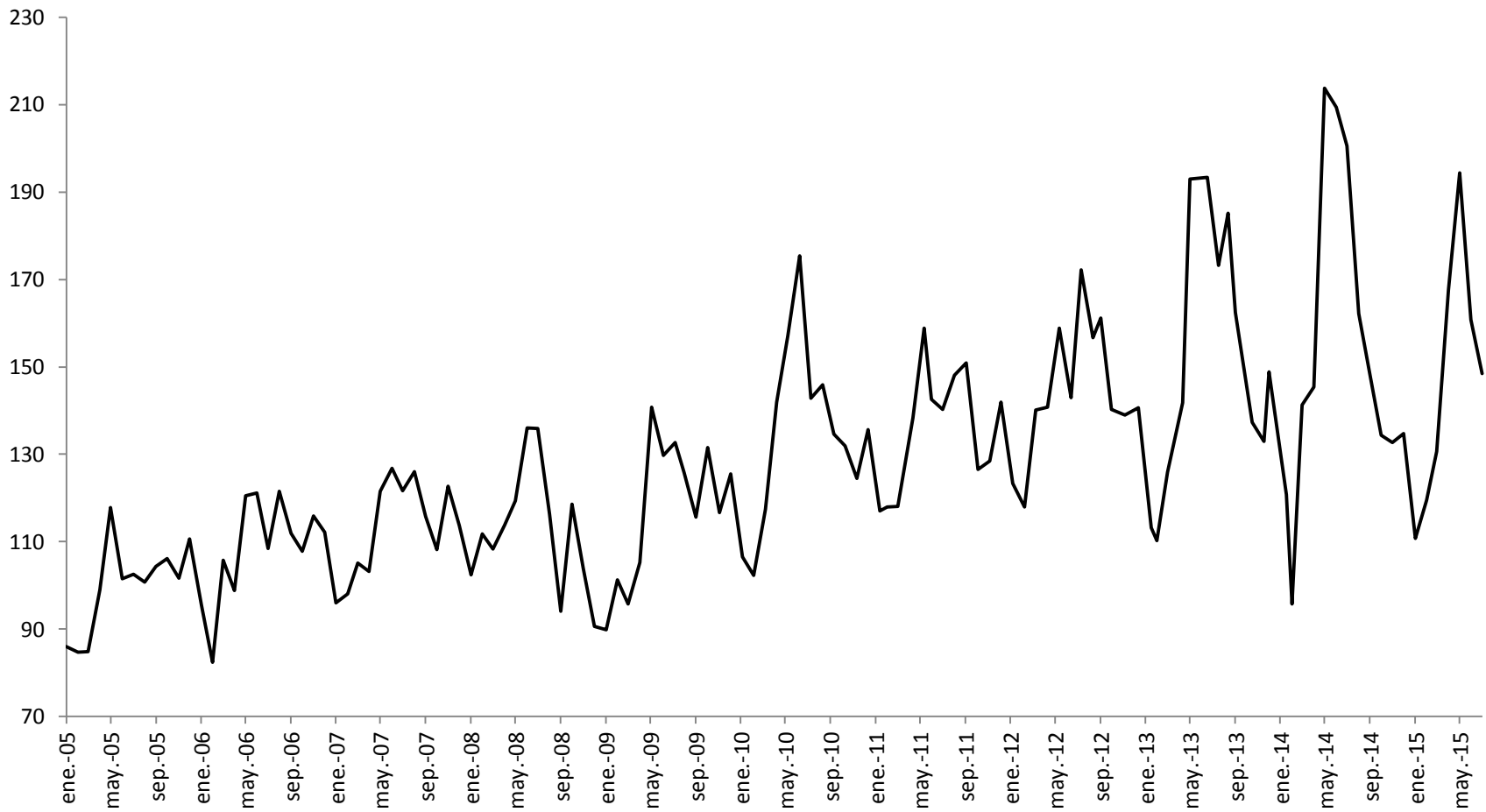
- La evolución de los estadísticos como la media y la varianza,
- rupturas en los esquemas de tales evoluciones.
- Dependencia temporal.
- Posibles estructuras no lineales.

LAS SERIES TEMPORALES Y LOS FENÓMENOS ECONÓMICOS

- EL MECANISMO GENERADOR DE LOS DATOS DE LAS SERIES TEMPORALES
 - no es fijo,
 - pero no cambia por completo entre una observación y la siguiente.
- POR LO TANTO, una serie temporal podría mostrar:
 - 1. **EVOLUCIÓN** en los parámetros que rigen las propiedades estadísticas del proceso generador de datos, y
 - 2. **DEPENDENCIA** entre observaciones, aun cuando se corrigen los datos originales para eliminar la evolutividad.

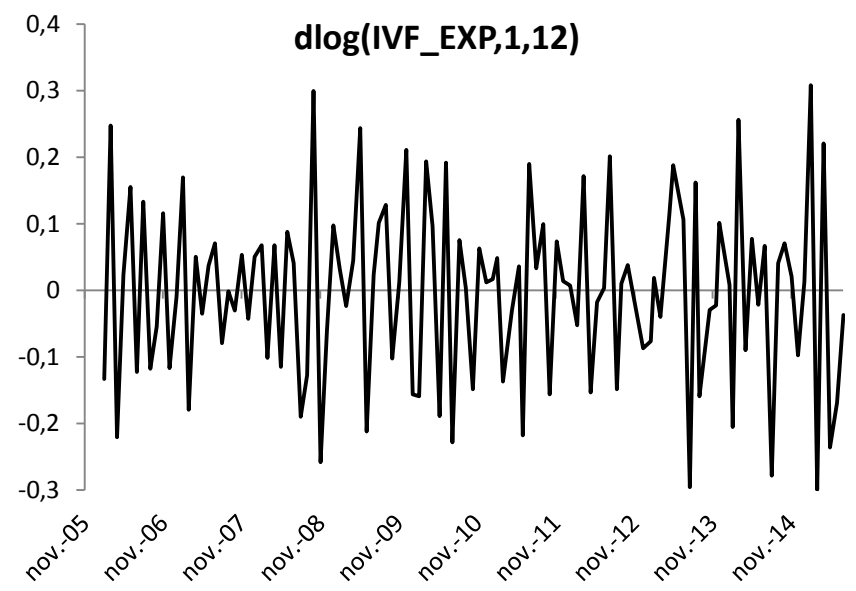
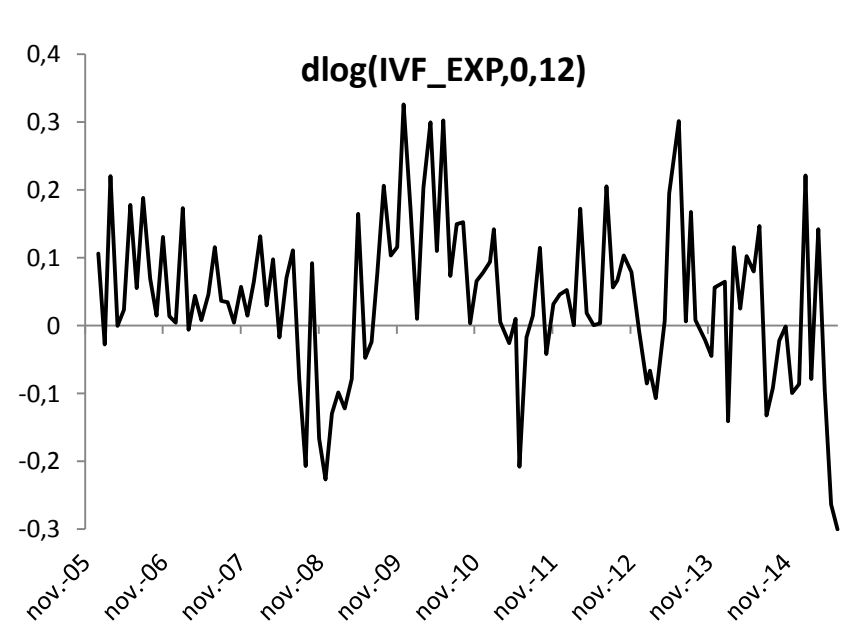
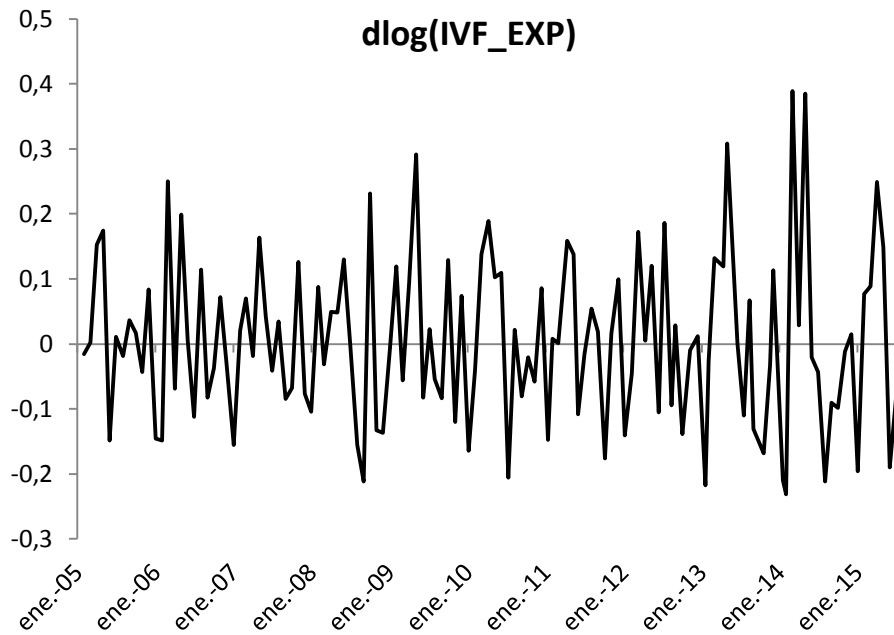
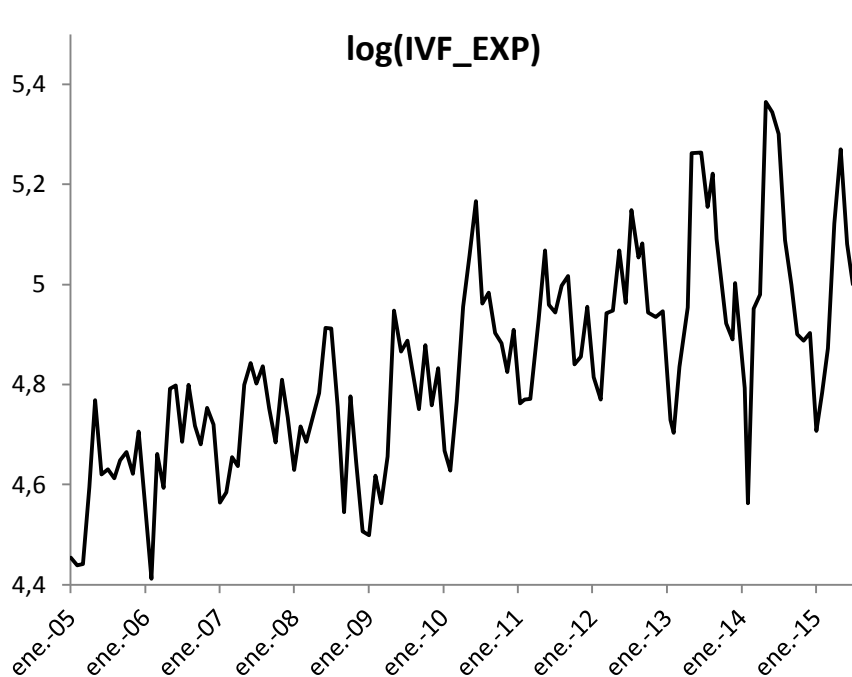
IVF Exportaciones (2005-2015)

Fuente: INE



DEPENDENCIA

- Aun cuando se haya corregido de componentes no estacionarios las series económicas muestran dependencia.



LA EVOLUTIVIDAD EN LA LEY PROBABILÍSTICA DE LAS VARIABLES DE UN PROCESO ESTOCÁSTICO

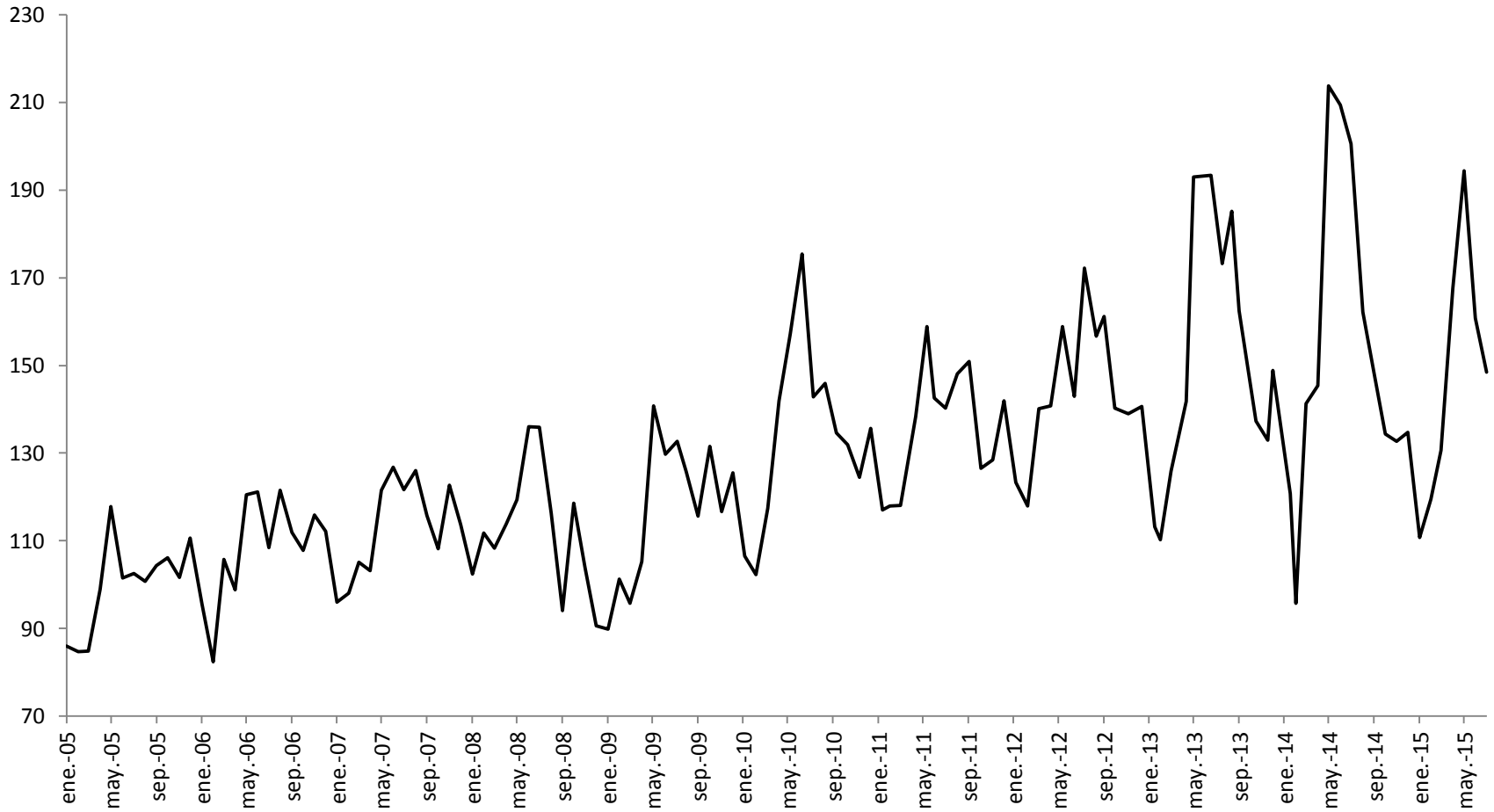
- La **evolutividad** podría referirse a distintos parámetros de la ley probabilística.
- En fenómenos económicos, los principales parámetros evolutivos son:
 - **media**
 - **varianza** (desviación estándar)

EVOLUTIVIDAD EN EL NIVEL

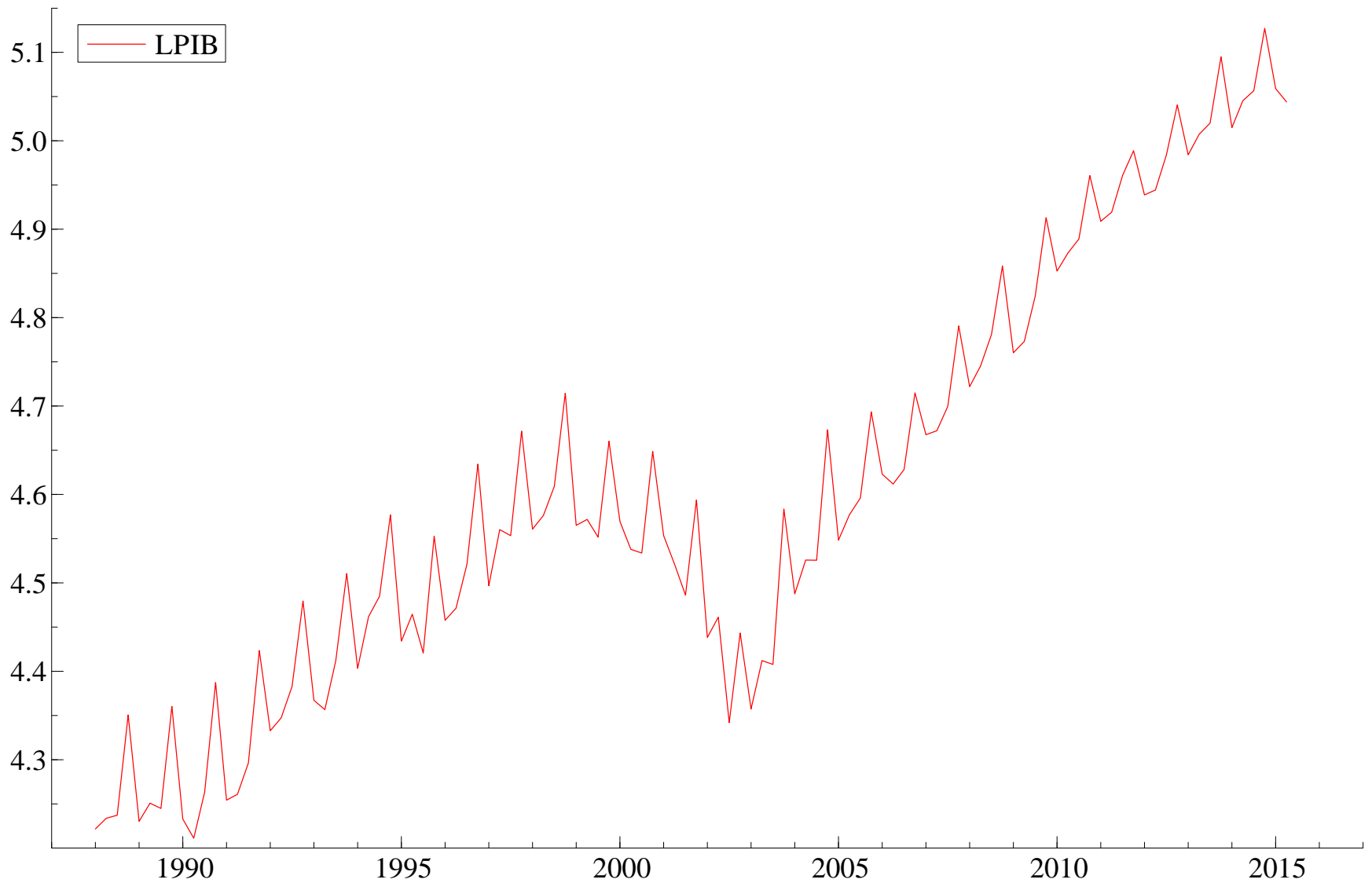
- **Tendencia**
- **Estacionalidad**
- **Rupturas**

IVF Exportaciones (2005-2015)

Fuente: INE

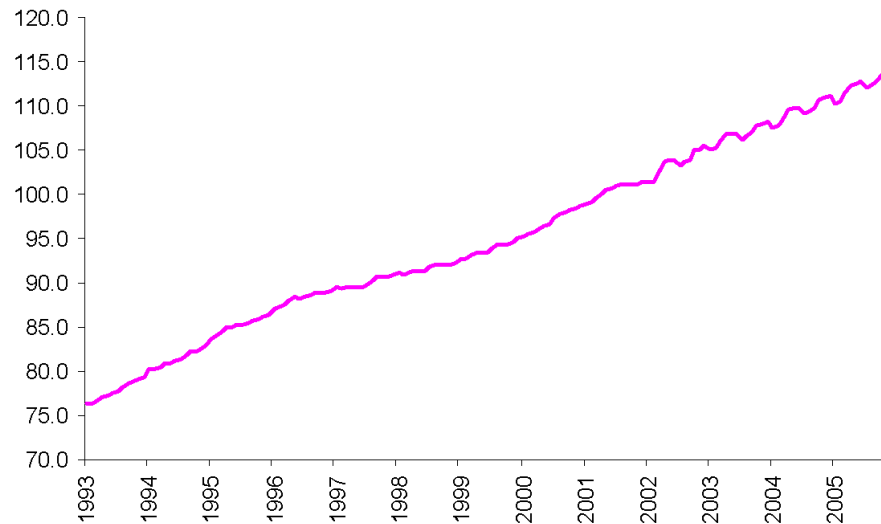


log (PIB) 1988.Q1 – 2015.Q2 **Rupturas de tendencia**



RUPTURA ESTACIONAL

IPC TOTAL EN ESPAÑA



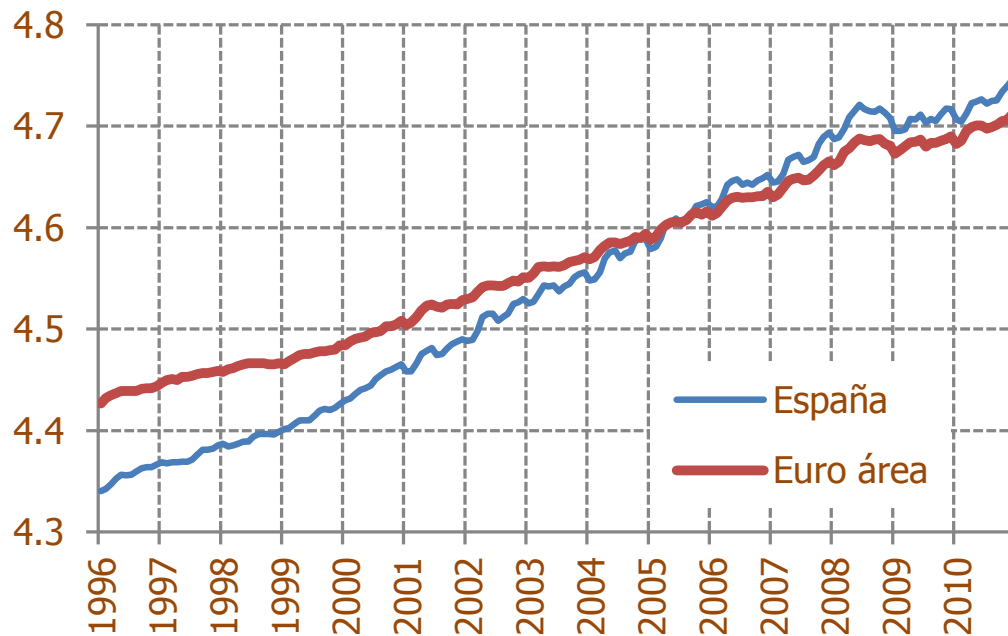
Fuente: INE, IFL & UC3M / Fecha: 13 de febrero de 2004

CAMBIOS BRUSCOS EN LA ESTACIONALIDAD

- La estacionalidad se aprecia mejor en las tasas de crecimiento sobre el periodo inmediatamente anterior.
- Cambios bruscos de estacionalidad en las ventas de una empresa:
 - modificación del ámbito geográfico o temporal de la actividad de una empresa.

Ejemplo: una cadena hotelera de implantación local en la Comunidad de Madrid pasa a extenderse en la costa mediterránea.

IPCA EN ESPAÑA Y LA EURO ÁREA Series en logaritmos

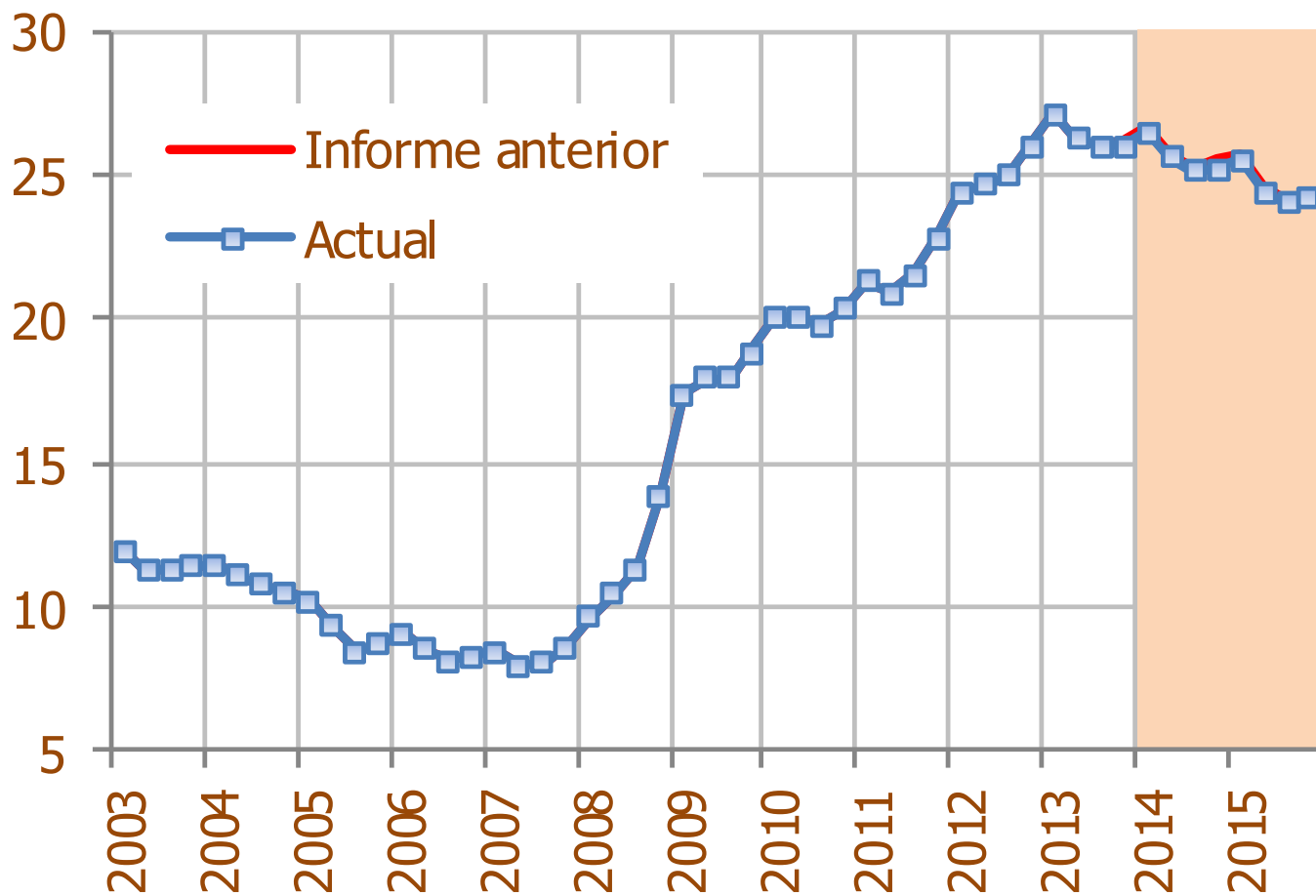


Fuente: INE

Fecha: 14 de enero de 2011

- Falsas
tendencias

TASA DE PARO EN ESPAÑA

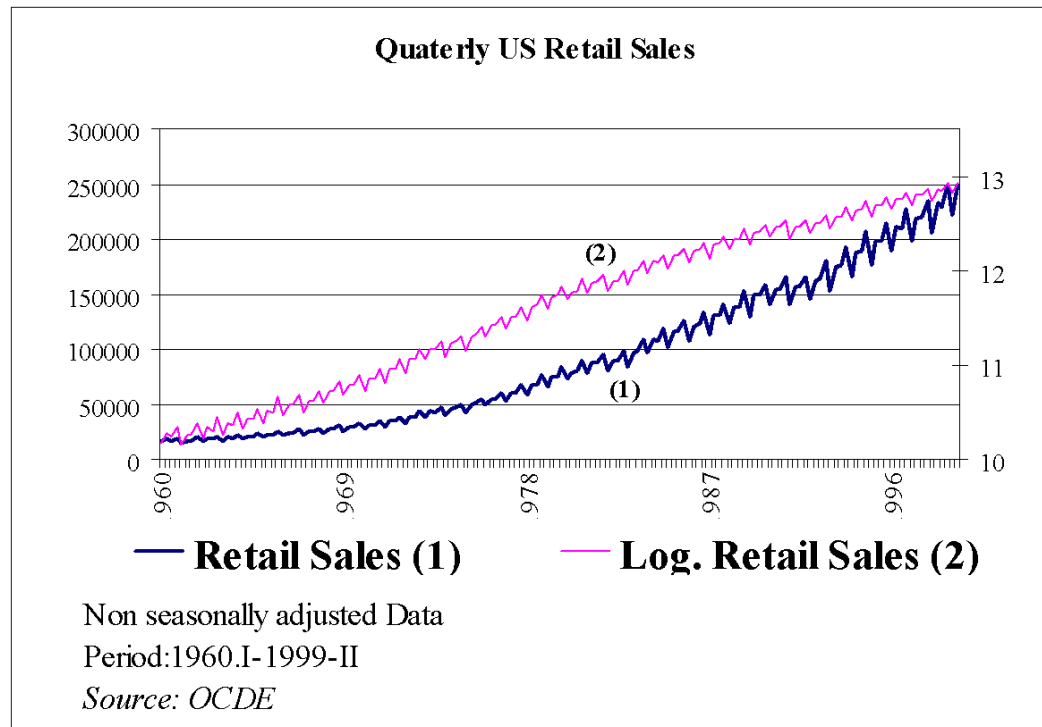


Fuente: INE & BIAM (UC3M)

Fechas: 2 de diciembre de 2013

- **EVOLUCION DE LA**
- **VARIANZA**

Evolutividad en la varianza: la ley de proporcionalidad



LOS FENÓMENOS ECONÓMICOS COMO SECUENCIAS DE VARIABLES ALEATORIAS INDEXADAS POR EL TIEMPO

Para comprender lo que tenemos en una serie temporal, hemos de comprender la naturaleza de los fenómenos económicos.

- Los múltiples factores que afectan a la demanda de un determinado producto en una empresa son tan complejos que la demanda observada en el mes t , X_t , puede ser considerada **una variable ALEATORIA.**

LUEGO el fenómeno “demanda de X_t ”
será una secuencia (posiblemente
infinita) de variables aleatorias

... $x(1)$ $x(2)$... $x(t)$... $x(T)$...

- Esta secuencia de variables aleatorias se denomina **proceso estocástico**

LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS Y LAS SERIES TEMPORALES

- Una serie temporal es una realización finita de un **proceso estocástico** $\{x(t)\}$

Proceso estocástico	$\dots x(1) x(2) x(3) \dots x(T) \dots$
Serie temporal (observada)	$x_1 x_2 x_3 \dots x_T$
Otras posibles series temporales	$x_1^1 x_2^1 x_3^1 \dots x_T^1$ $x_1^2 x_2^2 x_3^2 \dots x_T^2$ \vdots $x_1^r x_2^r x_3^r \dots x_T^r$

LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS Y LAS SERIES TEMPORALES

- En el ejemplo anterior:

La demanda de *del producto*
 X

es un proceso estocástico
 $\{x(t)\}$

La demanda en el mes t

es la variable aleatoria $x(t)$ de
ese proceso estocástico

La demanda observada en el
mes

es la realización de $x(t)$, pero
muchas otras realizaciones x_t^i
podrían ser posibles.

LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS Y LAS SERIES TEMPORALES

- La inflación en Uruguay:

La inflación como fenómeno económico.....

es **un proceso estocástico**
 $\{x(t)\}$

La inflación en el mes de octubre de 2015.....

es **la variable aleatoria** $x(t)$ de ese proceso estocástico

La inflación observada de 9.45% en el mes de octubre 2015.....

es **la realización de $x(t)$** , pero muchas otras realizaciones x_t^i podrían ser posibles.

CUADRO 6.1

LA NO-ESTACIONARIEDAD DE LAS SERIES ECONOMICAS Y METODOS PARA SU TRATAMIENTO

Naturaleza No estacionaria			
A) Evolutividad en la media	<p style="color: red;">No cíclica (tendencial)</p> <p style="color: green;">Cíclica (estacional)</p>	<p style="color: red;">Funciones deterministas del tiempo</p> <p style="color: red;">Tendencias estocásticas</p> <p style="color: green;">Modelos determinísticos</p> <p style="color: green;">Modelos de raíces unitarias estacionales</p> <p>Familia de transformaciones de Box-Cox</p>	<p>Polinomios temporales simples</p> <p>Polinomios enlazados con enlaces conocidos.</p> <p>Polinomios enlazados con enlaces endógenos.</p> <p>Modelos de raíces unitarias: integrados I (d,m) Modelos con raíces autorregresivas próximas a la unidad Modelos ARMA con nivel aleatorio (RLARMA) Modelos con raíces unitarias estocásticas.</p> <p>Media distinta cada mes Series armónicas</p>
B) Evolutividad en la varianza		Modelos con heterocedasticidad residual	IGARCH Varianza estocástica con raíces unitarias.
C) Evolutividad en las correlaciones		Modelos ARIMA periódicos Modelos con parámetros variables	

En el resumen II.1 se recogen las principales ideas expuestas en esta sección

Resumen II.1

PROCESOS ESTACIONARIOS

La **estacionariedad** restringe la heterogeneidad temporal de un proceso estocástico y es necesaria para hacer inferencia.

Conceptos alternativos:

a) **En sentido estricto**: Las funciones de distribución conjunta de subconjuntos de n variables del proceso no varían por traslaciones en el tiempo:

$$F(W_{t_1}, W_{t_2}, \dots, W_{t_n}) = F(W_{t_1+h}, W_{t_2+h}, \dots, W_{t_n+h}) \quad \forall n, h$$

b) **En sentido amplio**: Un proceso es estacionario en sentido amplio si cumple:

$$(i) \quad E(W_t) = \mu, \quad \forall t$$

$$(ii) \quad 0 < \text{Var}(W_t) = \sigma_w^2 < \infty, \quad \forall t$$

$$(iii) \quad \text{Cov}(W_t, W_{t+k}) = Y(k), \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad \forall t$$

Si la **varianza es finita**, estacionariedad en sentido estricto implica estacionariedad en sentido amplio. Si el proceso es gaussiano, estacionariedad en sentido amplio implica estacionariedad en sentido estricto.

La **no estacionariedad** derivada de medias o varianzas evolutivas suele corregirse aplicando transformaciones matemáticas a las series. En el caso de que las autocovarianzas evolucionen en el tiempo se requieren procesos con dependencia evolutiva

RESUMEN VI.1

CARACTERÍSTICAS DE LOS UNIVERSOS ESTACIONARIOS Y NO ESTACIONARIOS.

UNIVERSO ESTACIONARIO (Y ERGÓDICO)	UNIVERSO NO ESTACIONARIO
<p>- Se define mediante la restricción de homogeneidad en las propiedades aleatorias de las variables del proceso.</p> <p>* Las medias condicionales tienden a colapsar sobre la media absoluta (μ)</p> <p>* de modo que μ es un factor de atracción para las nuevas observaciones.</p> <p>- En la modelización de las variables estacionarias pueden distinguirse dos componentes: (a) determinístico (μ) y (b) estocástico con media nula.</p> <p>* El componente estocástico tiende a anularse y la única implicación de largo plazo es determinista y constante.</p>	<p>- Se define mediante una negación y rompe con la homogeneidad intrínseca del universo estacionario.</p> <p>* No parece posible una formulación general.</p> <p>* El mundo real se percibe, generalmente, como no estacionario.</p> <p>* La estrategia de estudio consiste en describir y analizar esquemas específicos que puedan ser válidos para aproximar las características del mundo real.</p> <p>- El nivel medio de las variables se perpetúa de forma diferente a un mero valor constante.</p> <p>* Esta perpetuación del nivel en series económicas es básicamente de dos tipos: (a) acíclica (TENDENCIA) y (b) cíclica de periodicidad anual (ESTACIONALIDAD).</p> <p>* Esta perpetuación del nivel es el componente dominante en las series económicas no estacionarias, por lo que éstas, en general, muestran una evolución más suave que las estacionarias.</p>

LA EVOLUTIVIDAD EN LA MEDIA

- **LA TENDENCIA** es un factor de la serie temporal en el que:
 - el nivel medio evoluciona de forma **no cíclica**,
 - **perpetuándose** en el futuro,
 - y, por lo tanto, relacionada con el concepto de **comportamiento a largo plazo**.

LOS PRINCIPALES FACTORES QUE PRODUCEN TENDENCIAS

- Los incrementos en la población.
- La inflación estable.
- Los cambios tecnológicos.
- Los cambios lentos en preferencias, costumbres, actitudes, normas sociales, etc.

DESCOMPOSICIÓN TRADICIONAL DE UNA SERIE ECONÓMICA

- POR LAS CARACTERÍSTICAS MENCIONADAS ANTERIORMENTE UNA SERIE ECONÓMICA PUEDE CONSIDERARSE FORMADA POR **TRES POSIBLES COMPONENTES:**
 - **TENDENCIA**, T_t
 - **ESTACIONALIDAD**, S_t
 - **CICLOS ACTIVIDAD**, C_t
 - **RESIDUAL**, r_t
 - CONSISTE EN FLUCTUACIONES DE CORTO PLAZO
 - TIENE MENOS IMPORTANCIA QUE LOS OTROS COMPONENTES.

ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA DE LOS COMPONENTES

- CON FRECUENCIA LA ESTACIONALIDAD, LOS CICLOS Y FLUCTUACIONES RESIDUALES SON **PROPORCIONALES** AL NIVEL TENDENCIAL CON LO QUE LA SERIE TEMPORAL SE PUEDE REPRESENTAR COMO:

$$X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot r_t \quad (1)$$

EJEMPLO

- X_t : ÍNDICE DE PRECIOS MENSUAL DE UN CIERTO ALIMENTO EN DICIEMBRE DE 1998.

(EN EL ÍNDICE 100 CORRESPONDE AL VALOR MEDIO EN 1990).

$$X_t = 124.95 = 122.62 \times 1.02 \times 0.999$$

TENDENCIA, $T_t = 122.62$

CICLO ESTACIONAL, $S_t = 1.02 \Rightarrow + 2\%$

FLUCTUACIÓN RESIDUAL, $r_t = 0.999 \Rightarrow -0.1\%$

- SERIE AJUSTADA LA ESTACIONALIDAD, $X_t = X_t/S_t$
- $X_t = 124.95/1.02 = 122.5$

DESCOMPOSICIÓN TRADICIONAL DE UNA SERIE ECONÓMICA (II)

- LAS OSCILACIONES CÍCLICAS Y LAS FLUCTUACIONES RESIDUALES NO SON, EN GENERAL, COMPONENTES ADITIVOS SINO MULTIPLICATIVOS.

- EN TAL CASO TOMANDO LOGARITMOS EN (1) SE TIENE:

$$\ln X_t = \ln T_t + \ln C_t + \ln r_t . \quad (2)$$

- ASÍ, EN EL EJEMPLO ANTERIOR

$$4.828 = 4.809 + 0.02 - 0.001 \quad (2 a)$$

- **LA ESPECIFICACIÓN DE T_t , S_t , C_t Y r_t en [1] o [2]:**

- REQUIERE IMPONER FUERTES RESTRICCIONES EN LA CARACTERIZACIÓN DE T_t , S_t , C_t y r_t .
- EN PARTICULAR, QUE TALES COMPONENTES SON INDEPENDIENTES.

DESCOMPOSICIÓN TRADICIONAL DE UNA SERIE ECONÓMICA (III)

- HOY EN DÍA **NO EXISTE CONSENSO** SOBRE QUE SEA FACTIBLE LA ESPECIFICACIÓN Y ESTIMACIÓN DE T_t , C_t Y r_t CON RESTRICCIONES DE ACEPTACIÓN GENERAL.
- EN TAL CASO **NO SE PUEDE ESTIMAR EL CICLO ESTACIONAL**, DE UN MODO QUE **TENGA ACEPTACIÓN GENERAL** Y EN CONSECUENCIA TAMPOCO SE PUEDEN OBTENER ESTIMACIONES DE DATOS AJUSTADOS DE ESTACIONALIDAD.

INTERES DE LA DESCOMPOSICION

- AUNQUE LOS COMPONENTES T_t , C_t Y r_t NO SE PUEDAN ESPECIFICAR Y ESTIMAR DE UNA FORMA CON ACEPTACIÓN GENERAL,
- LA IDEA DE QUE LAS SERIES ECONÓMICAS TIENEN TENDENCIA, ESTACIONALIDA, CICLOS Y FLUCTUACIONES RESIDUALES RESULTA MUY ÚTIL PARA EXPRESAR LAS CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE LOS DATOS ECONÓMICOS.

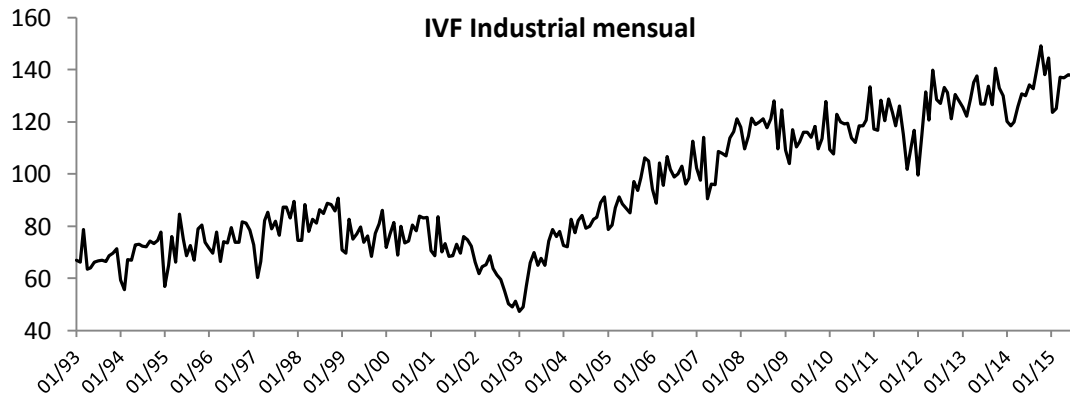
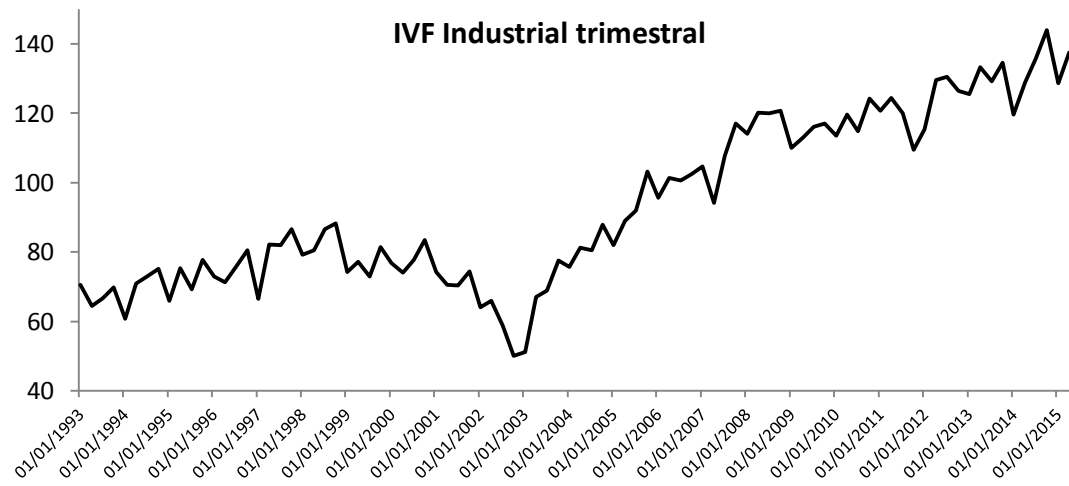
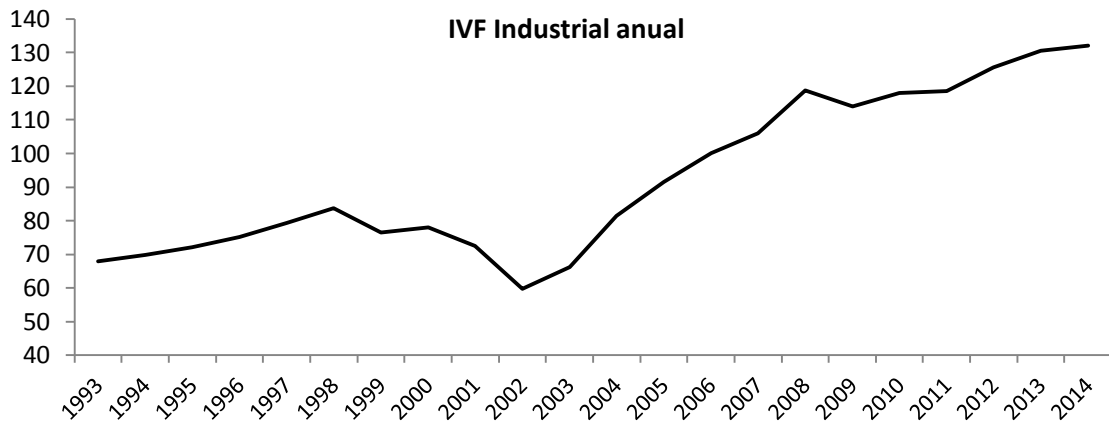
AGREGACIÓN TEMPORAL DE LOS DATOS

- **EJEMPLOS:**

- 1. PASAR DE UNA SERIE SEMANAL DE VENTAS A SU CORRESPONDIENTE SERIE TRIMESTRAL OBTENIDA POR **SUMA** DE DATOS SEMANALES.
- 2. PASAR DE UNA SERIE MENSUAL DE UN ÍNDICE DE PRECIO A UNA ANUAL PROMEDIANDO LOS VALORES MENSUALES.
- 3. PASAR, SUMANDO, DE UNA SERIE HORARIA DE CONSUMO DE ENERGÍA ELÉCTRICA A SERIES: DIARIAS, SEMANALES, MENSUALES, TRIMESTRALES, ANUALES, ETC.

EFFECTOS DE LA AGREGACIÓN TEMPORAL:

- A. EL TÉRMINO RESIDUAL REDUCE SU IMPORTANCIA
- B. CICLOS DE CORTA PERIODICIDAD –EL CICLO ESTACIONAL EN EL EJEMPLO (2)- DESAPARECEN.
- C. LA TENDENCIA AUMENTA SU IMPORTANCIA.



2.1

- **MODELOS UNIVARIANTES
CON TENDENCIA Y
ESTACIONALIDAD
DETERMINISTAS**

MODELOS PARA LAS TENDENCIAS (I)

★ TENDENCIA LINEAL:

$$T_t = a + bt, \quad (4)$$

- DONDE a Y b SON PARÁMETROS FIJOS. ALTERNATIVAMENTE LA TENDENCIA SE PUEDE REPRESENTAR COMO

$$T_t = a + b \text{ TIEMPO}_t, \quad (5)$$

- DONDE **TIEMPO** ES UNA VARIABLE ARTIFICIAL QUE EN CADA MOMENTO t TOMA EL VALOR t .

EL MODELO PARA X_t ES:

$$X_t = a + bt + w_t. \quad (6)$$

TENDENCIA EXPONENCIAL O LOG-LINEAL

- SUSTITUYENDO EN (13) LA TASA POR SU APROXIMACIÓN LOGARÍTMICA SE TIENE QUE

$$b = \log T_t - \log T_{t-1}, \quad (17)$$

DE DONDE

$$\log T_t = \log T_{t-1} + b \quad (18)$$

- PROCEDIENDO RECURSIVAMENTE EN EL TIEMPO

$$\log T_t = a + bt, \quad (19)$$

- DONDE a ES EL LOGARITMO DE LA TENDENCIA EN EL MOMENTO ZERO.

- DE (19) SE TIENE QUE LA TENDENCIA TOMA LA EXPRESIÓN

$$T_t = \exp(a + bt) \quad (20)$$

- A TAL TENDENCIA POR RAZONES OBVIAS SE LE DENOMINA **EXPONENCIAL**.

SERIES CON TENDENCIA EXPONENCIAL

- UNA SERIE CON TENDENCIA EXPONENCIAL VENDRÁ DADA POR EL MODELO

$$X_t = \exp(a + bt) \exp(w_t) \quad (21)$$

- LA TENDENCIA Y EL MODELO (21) PARA X_t SON NO LINEALES, PERO UNA SIMPLE TRANSFORMACIÓN –LA LOGARÍTMICA– LOS CONVIERTE EN LINEALES. ASÍ,

$$\log X_t = a + bt + w_t. \quad (22)$$

- ASÍ, UN MODELO CON TENDENCIA EXPONENCIAL (21) PUEDE VERSE TAMBIÉN SEGÚN (22) COMO UN MODELO CON **TENDENCIA LOG-LINEAL**, ES DECIR, CON TENDENCIA LINEAL EN LA TRANSFORMACIÓN LOGARÍTMICA DE LOS DATOS.

- EN (21) O (22) b ES UN **FACTOR INCREMENTAL** QUE SE INCORPORA EN CADA MOMENTO DE **FORMA MULTIPLICATIVA**.
- AHORA LAS **UNIDADES DE b** NO SON LAS DE X_t .
- EL PARÁMETRO b ES (APROXIMADAMENTE) UNA **TASA DE CRECIMIENTO** EN TANTO POR UNO.

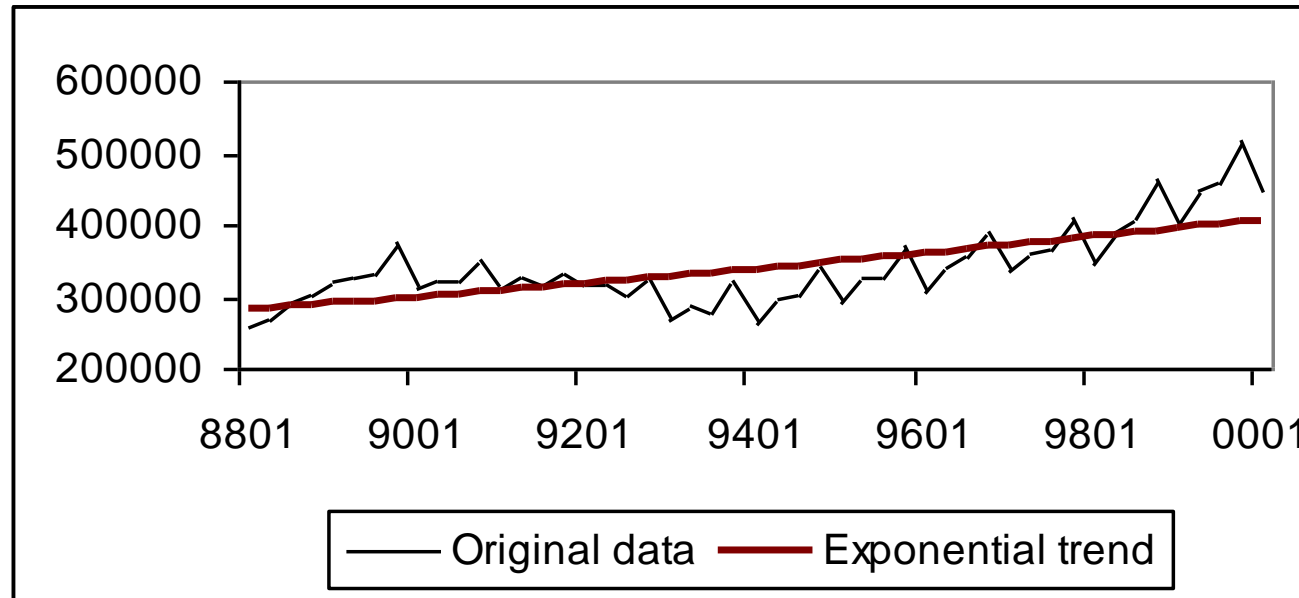
- ASÍ, SI PARA UN DETERMINADO AGREGADO MONETARIO MENSUAL SE OBTIENE EL SIGUIENTE MODELO

$$\log X_t = a + 0,006t + w_t,$$

SIGNIFICA QUE LA TENDENCIA CRECE MENSUALMENTE EL 0,6%, LO QUE SUPONE UN 8% ANUAL.

EXAMPLE OF ESTIMATED EXPONENTIAL TREND

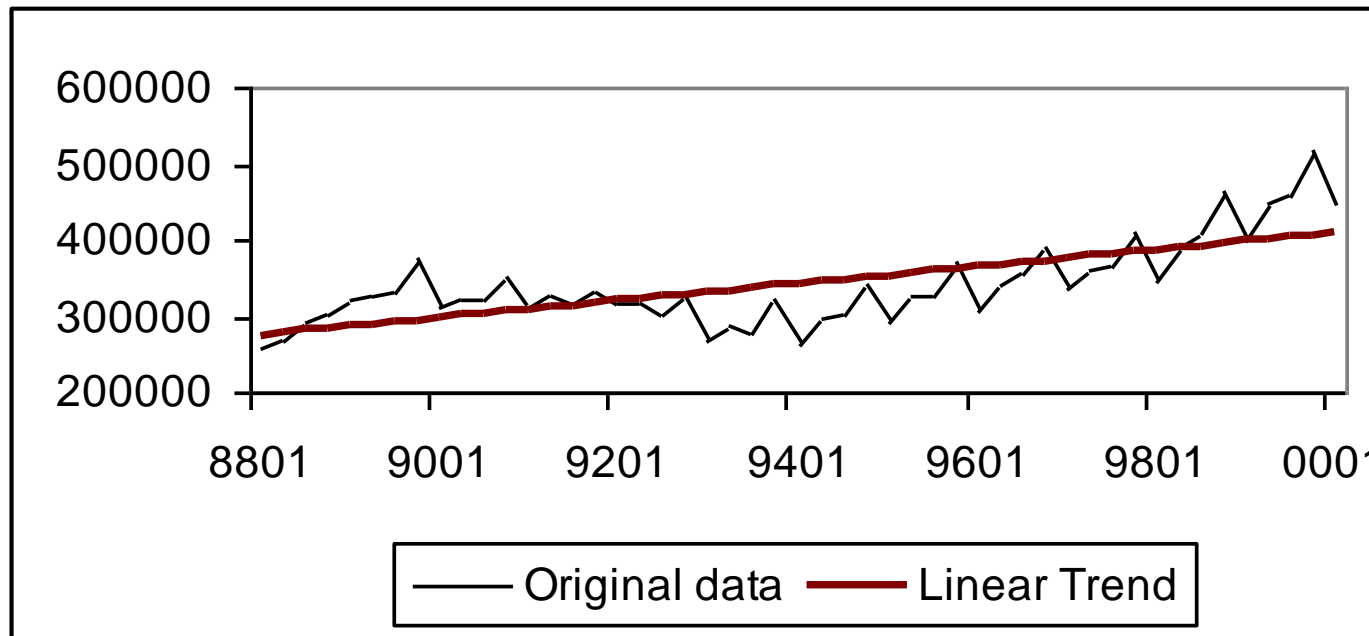
- A linear trend model for consumption of cement in Spain



$$\text{Log}(Y_t) = 12.54 + 0.0077 t + w_t$$

EXAMPLES OF ESTIMATED LINEAR TRENDS

- A linear trend model for consumption of cement in Spain



$$Y_t = 272465.60 + 2792.11 t + w_t$$

RESUMEN VI.2

OSCILACIONES LOCALES DE NIVEL Y TENDENCIAS

DOS TIPOS DE EVOLUCIÓN ACÍCLICA (TENDENCIA) DEL NIVEL DE LAS VARIABLES ECONÓMICAS:

- (a) oscilaciones locales de nivel -OLN-
 - (b) situación de crecimiento (decrecimiento) sistemático -
- TENDENCIA en sentido estricto-

DEFINICIÓN

La tendencia es difícil de definir a nivel teórico y de caracterizar en una serie temporal.

* La caracterización depende, con frecuencia, del período muestral considerado.

RELEVANCIA DE LA TENDENCIA

La tendencia es el componente de una serie temporal que domina en la varianza muestral.

La tendencia hace referencia al largo plazo de las variables económicas.

ESQUEMAS MATEMÁTICO-ESTADÍSTICOS PARA LAS TENDENCIAS.

- (a) determinísticos.
- (b) estocásticos.

- **JUICIO CRÍTICO SOBRE LAS TENDENCIAS DETERMINISTAS.**

RESUMEN VI.3

TENDENCIAS POLINOMIALES

Tendencia polinomial

$$P(t) = b_0 + b_1t + \dots + b_k t^k \quad (6.2.9)$$

MODELO TENDENCIAL CON COMPONENTE ESTACIONARIO:

- $X_t = P(t) + \eta_t, \quad (6.2.10)$

donde η_t se ha definido (6.2.5) y cumple

$E(\eta_t) = 0.$

- El patrón de largo plazo de la correspondiente variable económica es inmutable: nunca se ve afectado por las innovaciones que se incorporan a las variables.

- **La tendencia $P(t)$ es un factor de atracción para las observaciones futuras de X .**

- **Muy utilizado hasta Nelson y Plosser (1982).** El fundamento de su uso hay que buscarlo en el empeño por captar evoluciones tendenciales restringidas que recojan cierta suavidad que con frecuencia deriva para ellas la Teoría Económica.

- **En general, no es recomendable utilizar (6.2.10) para predecir una variable económica.**

INACEPTABILIDAD DE LA INMUTABILIDAD DE LA TENDENCIA

- En particular, considerar este tipo de tendencia determinista es **equivalente a asumir que existe un patrón inmutable de comportamiento a largo plazo, $P(t)$, al cual la serie siempre retorna.**
- Es decir, la tendencia determinística es **un factor de atracción en cualquier momento pasado, presente y futuro.**

UTILIDAD RELATIVA DE LAS TENDENCIAS DETERMINISTAS

- En general, se puede decir que una tendencia determinista puede ser útil para explicar el pasado en una serie temporal corta,
- pero su extrapolación hacia el futuro puede resultar peligrosa.

TENDENCIAS DETERMINISTAS

- NO SON REALISTAS
- PUEDEN SERVIR PARA SINTETIZAR UN PASADO
- PERO NO SON FIABLES EN LA PREDICCIÓN
- ESTAN SOMETIDAS A TRUNCAMIENTOS.

TENDENCIAS SEGMENTADAS O POR TRAMOS

- En lo sucesivo, si no se advierte lo contrario, se supondrá que la transición de un período a otro es inmediata. Esta hipótesis se puede recoger mediante una **tendencia polinomial lineal por tramos de tiempo**.

3 TIPOS DE SEGMENTACION EN TENDENCIAS LINEALES (Perron 1989)

1. CAMBIO EN EL NIVEL (INTERCEPTO)

Los salarios nominales.

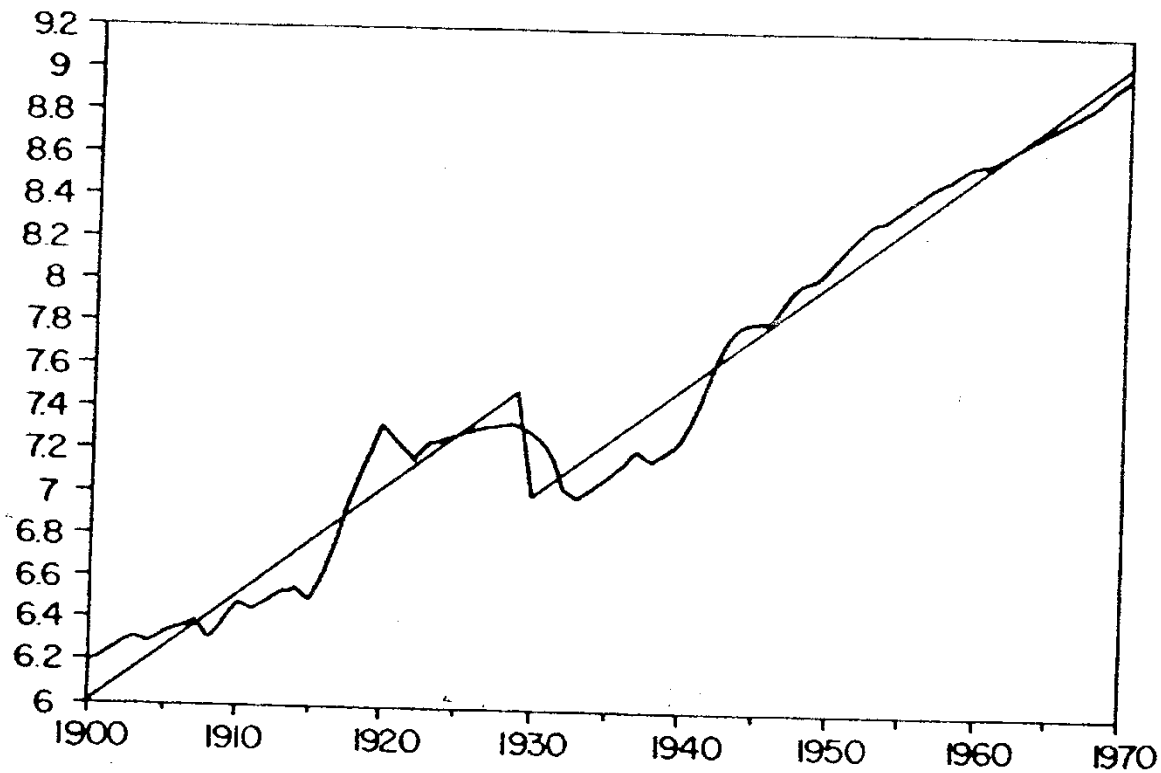
2. CAMBIO EN LA TASA DE CRECIMIENTO.

EL PNB.

3. CAMBIOS EN EL NIVEL Y EN EL CRECIMIENTO.

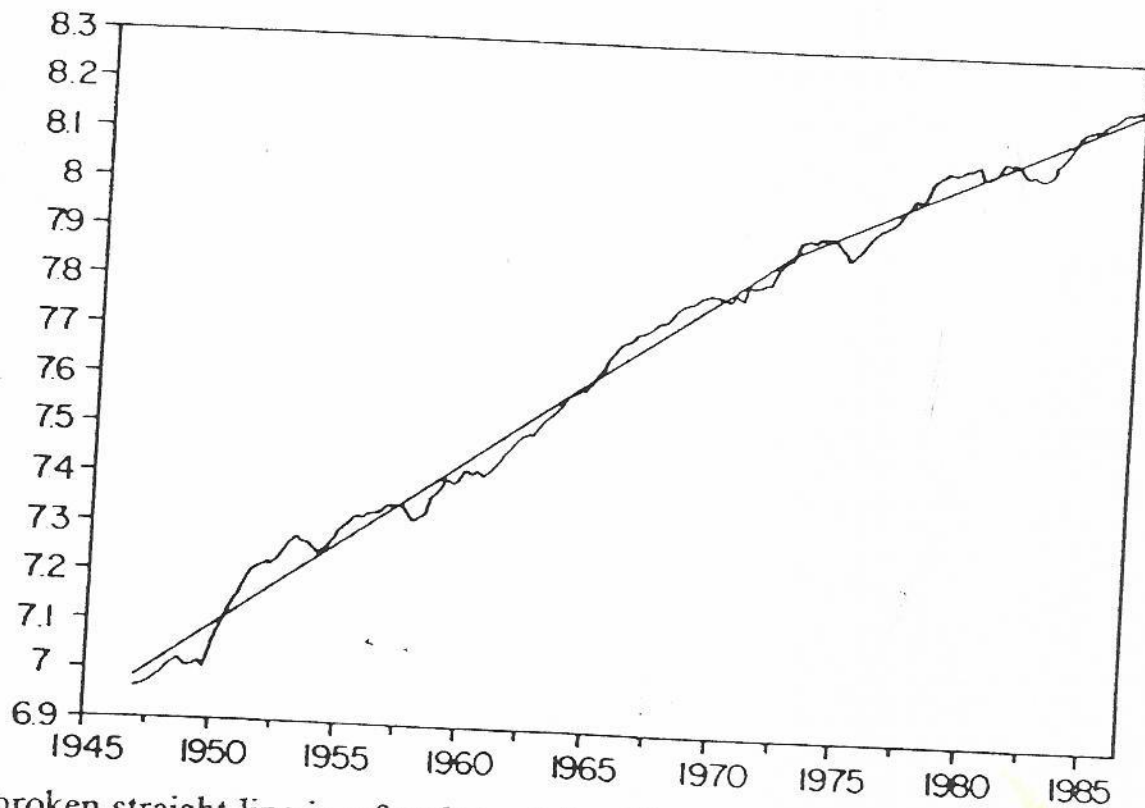
Indices de precios de las Bolsas.

UNIT ROOT HYPOTHESIS



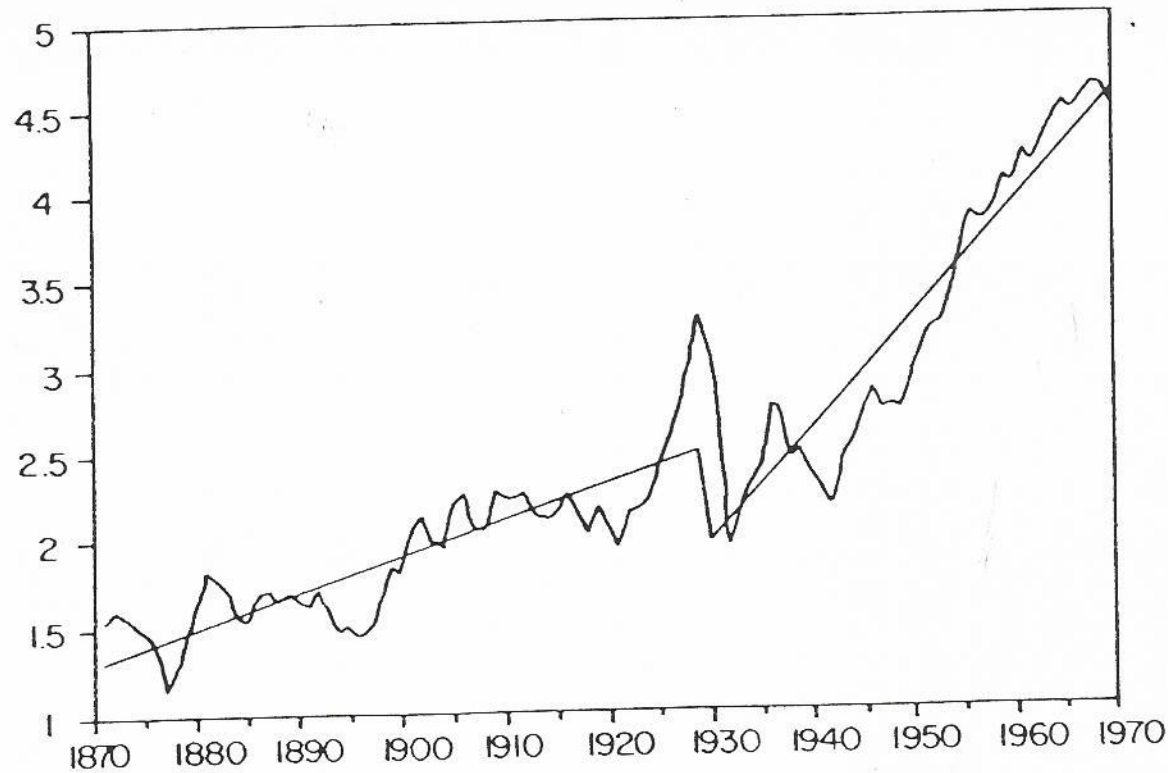
Note: The broken straight line is a fitted trend (by OLS) of the form $\tilde{y}_t = \tilde{\mu} + \tilde{\gamma} DU_t + \tilde{\beta} t$ where $\tilde{\gamma} = 0$ if $t \leq 1929$ and $DU_t = 1$ if $t > 1929$.

FIGURE 1.—Logarithm of “Nominal Wages.”



Note: The broken straight line is a fitted trend (by OLS) of the form: $\tilde{y}_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}t + \tilde{\gamma}DT_t^*$ where $T_t^* = 0$ if $t \leq 1973:I$ and $DT_t^* = t - T_B$ if $t > 1973:I = T_B$.

FIGURE 2.—Logarithm of “Postwar Quarterly Real GNP.”



Note: The broken straight line is a fitted trend (by OLS) of the form $\bar{y}_t = \bar{\mu} + \bar{\gamma}_1 DU_t + \bar{\beta}t + \bar{\gamma}_2 DT_t$, where $DU_t = DT_t = 0$ if $t \leq 1929$ and $DU_t = 1$, $DT_t = t$ if $t > 1929$.

FIGURE 3.—Logarithm of “Common Stock Prices.”

TENDENCIAS SEGMENTADAS

Supongamos por el momento que los puntos de ruptura en un esquema de tendencia lineal por tramos son conocidos $(j + 1), j = 1, \dots, k$.

$$r(t) = b_0 + b_1 t + \sum_{j=1}^n b_{0j} \zeta_{jt} + \sum_{j=1}^n b_{1j} \xi_{jt} ,$$

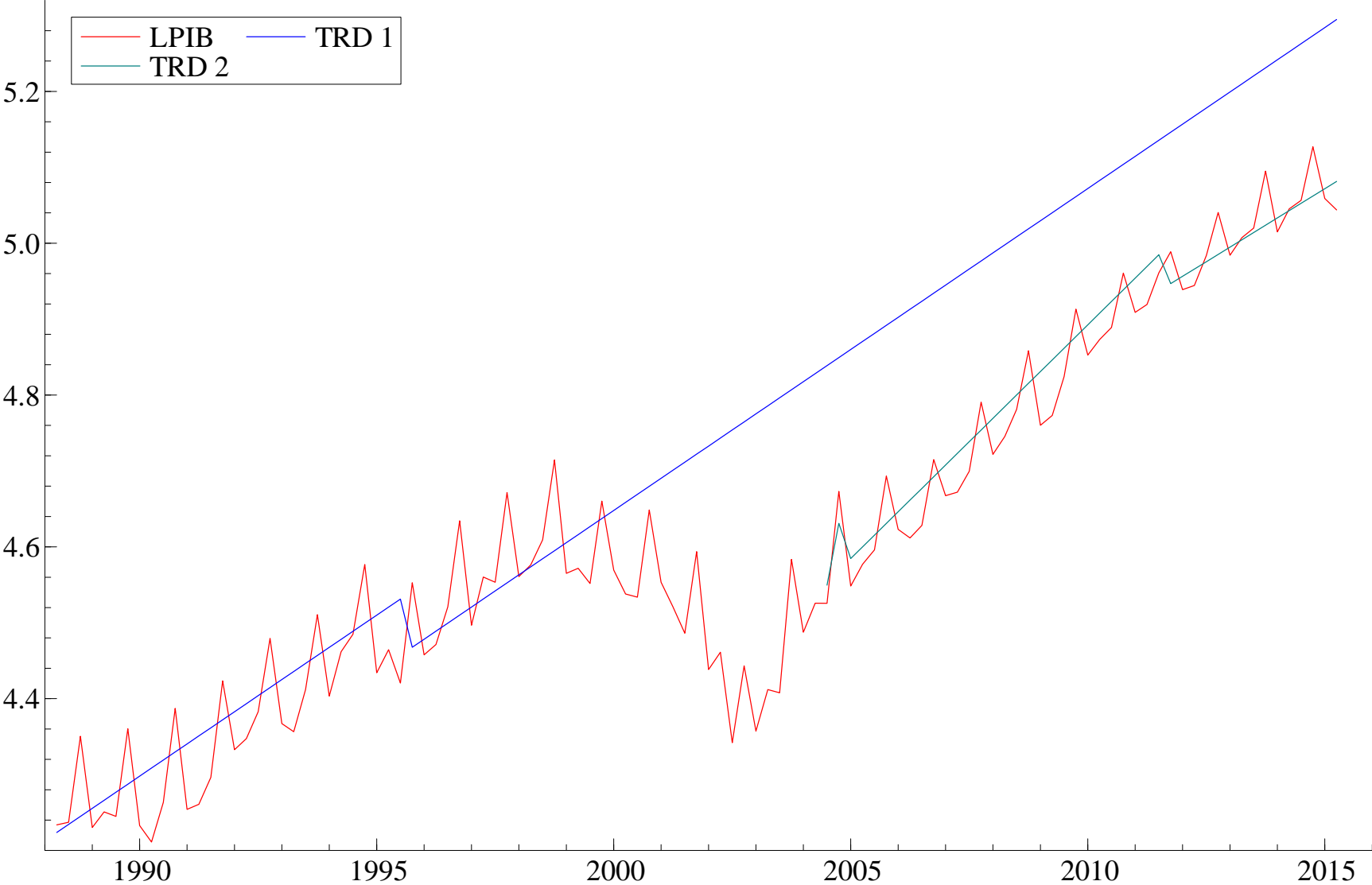
donde

$$\zeta_{jt} = \begin{cases} 1, & t > t_j \\ 0, & t \leq t_j \end{cases}, \quad \xi_{jt} = \begin{cases} (t - t_j)^k, & \forall t > t_j \\ 0, & t \leq t_j \end{cases}$$

Y

$$X_t = r(t) + \eta_t.$$

Estimación en dos muestras: 1988(2) – 1998(4) y 2004(1) – 2015(2)



Ejemplo 6.4.-

Un ejemplo de polinomio enlazado de primer orden con cambios solamente en la pendiente sería:

$$R(t) = b_0 + b_1 t + b_2 \xi_t(41) + b_3 \xi_t(63)$$

con

$$\xi_t(41) = \begin{cases} 0 & t \leq 41 \\ t-41 & t > 41 \end{cases} \quad \text{y} \quad \xi_t(63) = \begin{cases} 0 & t \leq 63 \\ t-63 & t > 63 \end{cases}$$

La primera diferencia de la tendencia sería:

$$R'(t) = r(t) = b_1 + b_2 \zeta_t(41) + b_3 \zeta_t(63)$$

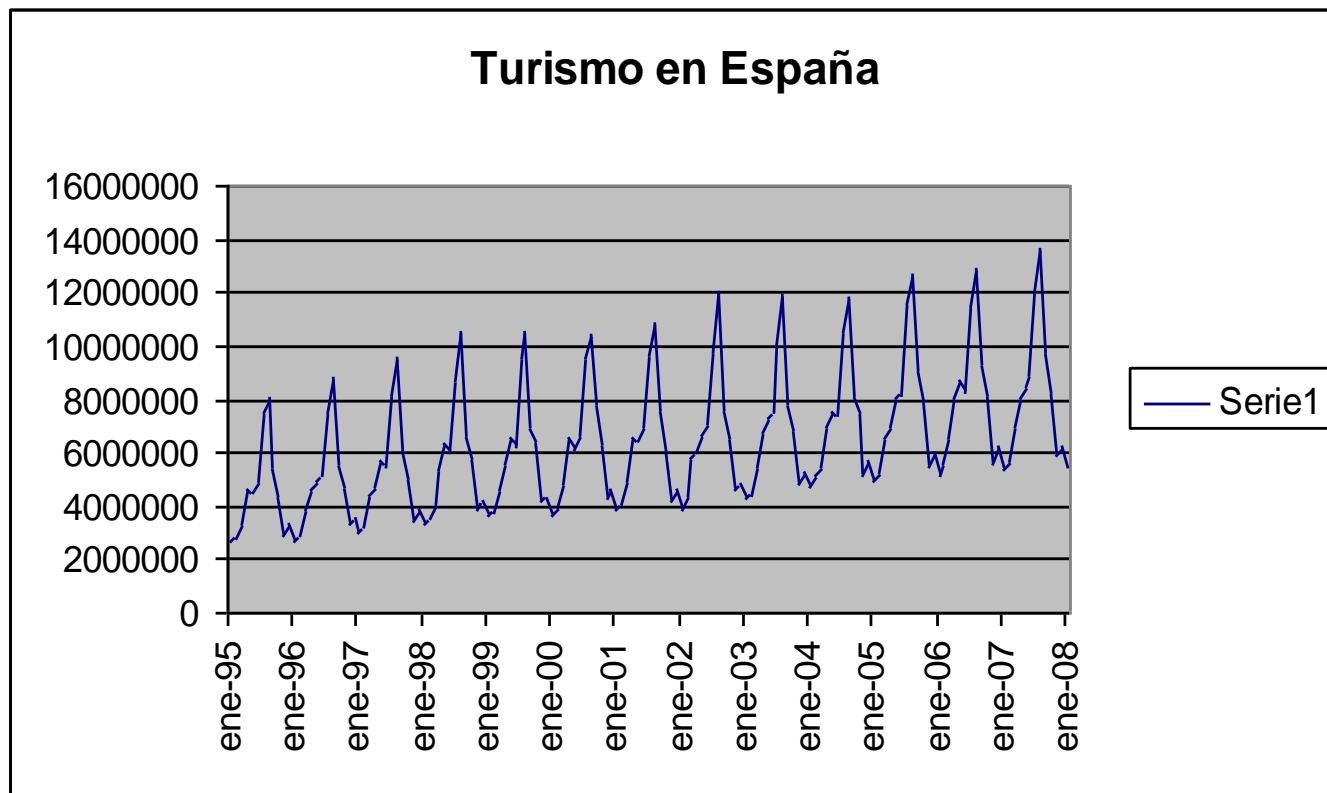
$$\zeta_t(41) = \begin{cases} 0 & t \leq 41 \\ 1 & t > 41 \end{cases} \quad \text{y} \quad \zeta_t(63) = \begin{cases} 0 & t \leq 63 \\ 1 & t > 63 \end{cases}$$

- Tendencias segmentadas.
Su naturaleza estocástica.
- La propuesta de análisis condicional. PERRON (1989)

Turismo en España

EJEMPLO

Gráfico del turismo



Tendencia Lineal

Dependent Variable: TURISMO

Method: Least Squares

Date: 03/04/08 Time: 16:40

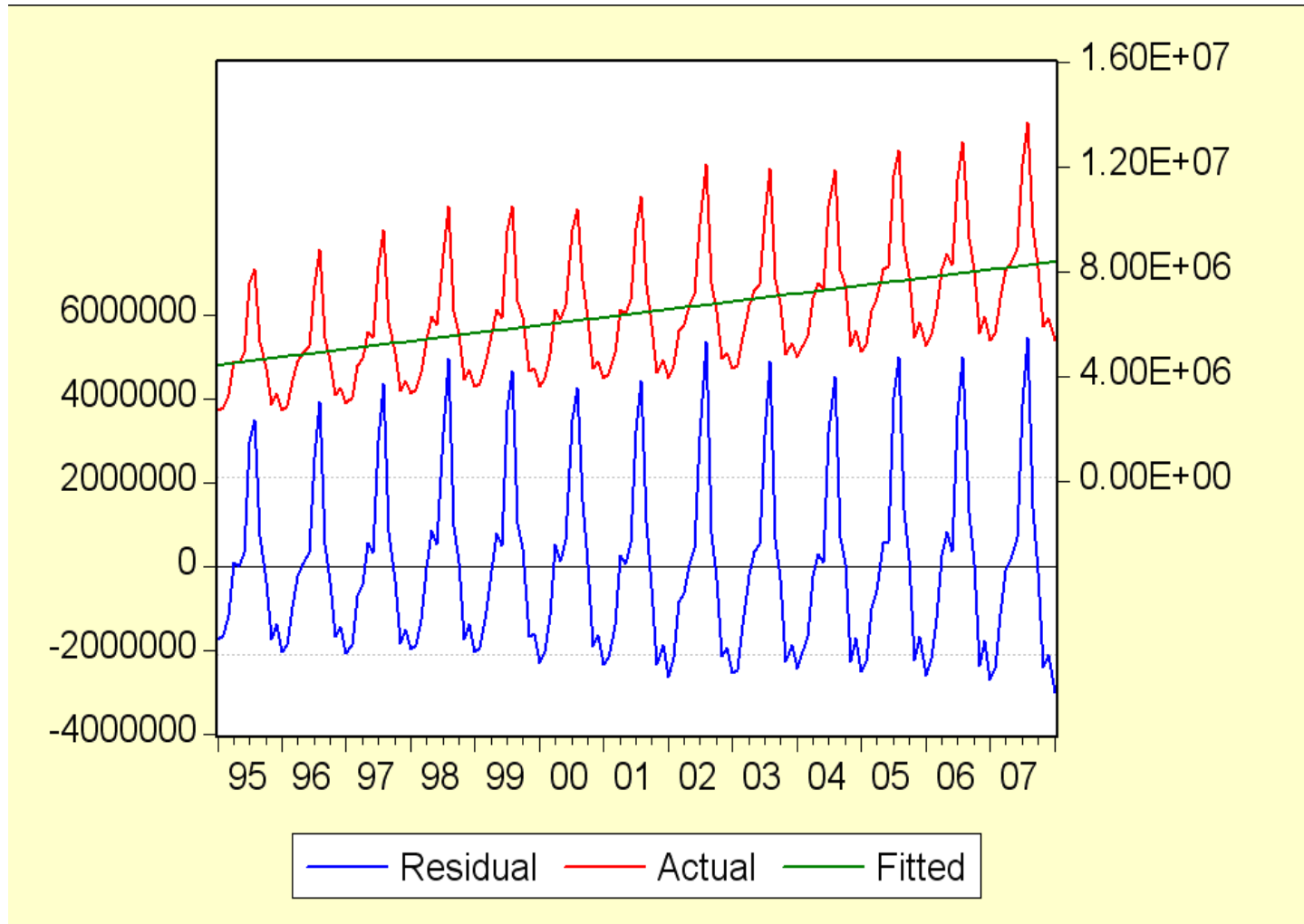
Sample: 1995M01 2008M01

Included observations: 157

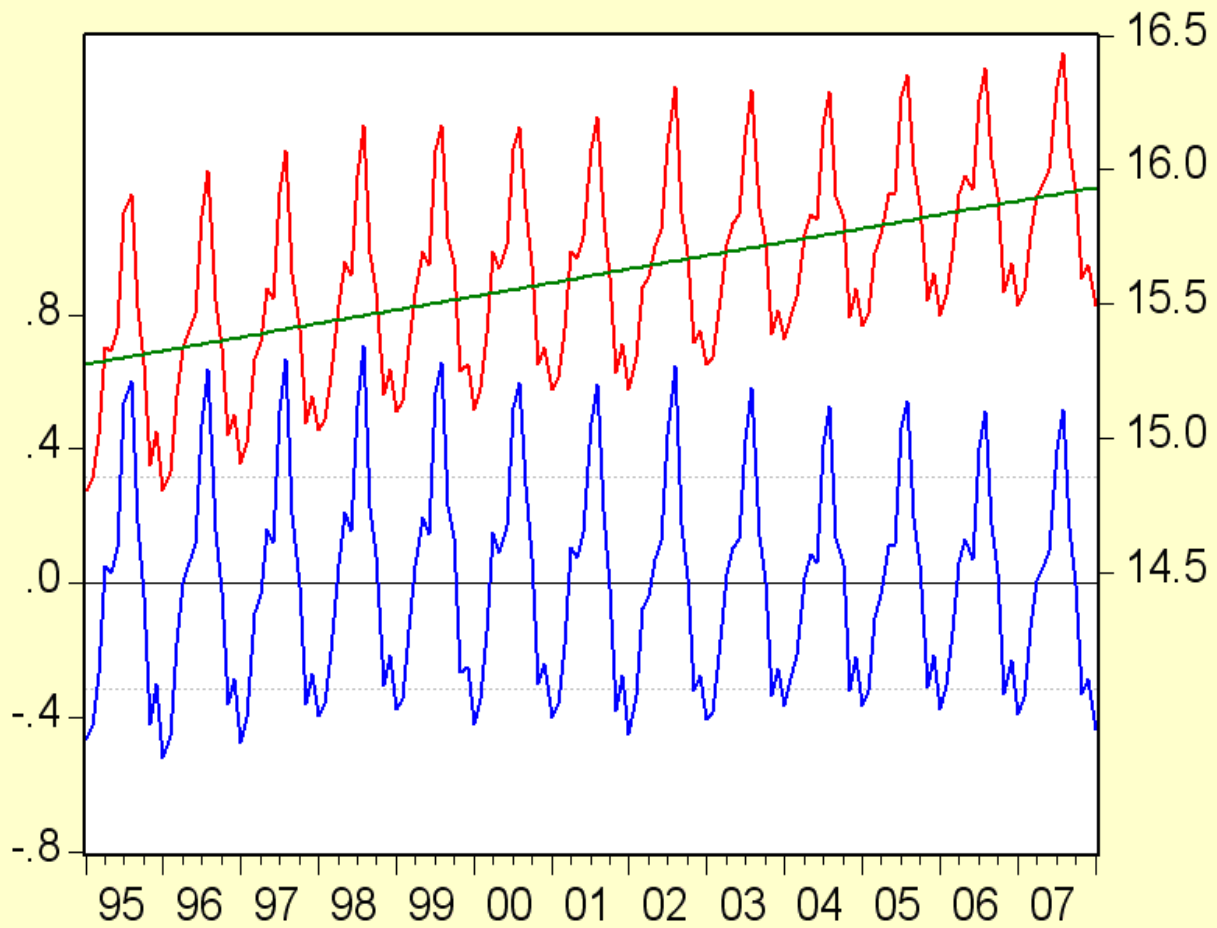
TURISMO=C(1) +C(2)*TIEMPO

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	4409787.	340076.7	12.96704	0.0000
C(2)	25199.70	3733.951	6.748801	0.0000
R-squared	0.227111	Mean dependent var	6400563.	
Adjusted R-squared	0.222125	S.D. dependent var	2404162.	
S.E. of regression	2120404.	Akaike info criterion	31.98477	
Sum squared resid	6.97E+14	Schwarz criterion	32.02370	
Log likelihood	-2508.804	Durbin-Watson stat	0.607014	

REGRESION LINEAL SOBRE EL TIEMPO



Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.688	0.688	75.720	0.000
		2	0.282	-0.364	88.491	0.000
		3	-0.087	-0.222	89.731	0.000
		4	-0.381	-0.253	113.44	0.000
		5	-0.620	-0.385	176.62	0.000
		6	-0.734	-0.378	265.80	0.000
		7	-0.589	-0.130	323.62	0.000
		8	-0.344	-0.354	343.40	0.000
		9	-0.062	-0.387	344.04	0.000
		10	0.276	-0.211	356.95	0.000
		11	0.647	0.142	428.45	0.000
		12	0.913	0.611	571.87	0.000
		13	0.633	-0.518	641.29	0.000
		14	0.261	0.065	653.20	0.000
		15	-0.082	0.105	654.38	0.000
		16	-0.351	0.142	676.21	0.000
		17	-0.573	0.111	734.77	0.000
		18	-0.678	0.015	817.26	0.000
		19	-0.547	-0.091	871.42	0.000
		20	-0.318	0.075	889.89	0.000
		21	-0.058	0.048	890.50	0.000
		22	0.252	0.042	902.28	0.000
		23	0.595	-0.008	968.23	0.000
		24	0.836	0.073	1099.5	0.000
		25	0.584	-0.074	1164.1	0.000
		26	0.240	-0.017	1175.1	0.000
		27	-0.083	-0.026	1176.4	0.000
		28	-0.326	0.036	1197.0	0.000
		29	-0.531	-0.029	1251.9	0.000
		30	-0.625	-0.013	1328.6	0.000
		31	-0.499	0.010	1378.0	0.000
		32	-0.288	-0.052	1394.6	0.000
		33	-0.052	-0.037	1395.1	0.000
		34	0.226	-0.037	1405.5	0.000
		35	0.536	-0.084	1464.3	0.000
		36	0.757	-0.005	1582.5	0.000



— Residual — Actual — Fitted

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.730	0.730	85.212	0.000
		2	0.361	-0.368	106.15	0.000
		3	-0.054	-0.360	106.62	0.000
		4	-0.401	-0.252	132.90	0.000
		5	-0.683	-0.416	209.44	0.000
		6	-0.830	-0.477	323.30	0.000
		7	-0.660	0.023	395.84	0.000
		8	-0.364	-0.240	418.01	0.000
		9	-0.025	-0.359	418.11	0.000
		10	0.361	0.148	440.20	0.000
		11	0.691	0.204	521.73	0.000
		12	0.910	0.516	664.40	0.000
		13	0.670	-0.426	742.17	0.000
		14	0.331	0.125	761.28	0.000
		15	-0.052	0.140	761.76	0.000
		16	-0.371	0.161	786.12	0.000
		17	-0.630	0.113	856.87	0.000
		18	-0.765	0.080	962.04	0.000
		19	-0.613	-0.032	1030.1	0.000
		20	-0.339	0.016	1051.1	0.000
		21	-0.026	0.028	1051.2	0.000
		22	0.329	0.031	1071.2	0.000
		23	0.632	0.035	1145.6	0.000
		24	0.830	0.078	1274.8	0.000
		25	0.614	-0.140	1346.0	0.000
		26	0.302	-0.034	1363.4	0.000
		27	-0.055	-0.039	1364.0	0.000
		28	-0.344	0.019	1386.8	0.000
		29	-0.583	-0.057	1453.2	0.000
		30	-0.707	-0.024	1551.5	0.000
		31	-0.565	-0.024	1614.6	0.000
		32	-0.313	-0.082	1634.1	0.000
		33	-0.026	-0.068	1634.3	0.000
		34	0.294	-0.061	1651.8	0.000
		35	0.568	-0.076	1717.8	0.000
		36	0.752	0.018	1834.5	0.000

LA EVOLUCIÓN ESTACIONAL EN LA MEDIA

- En la economía, las medias locales frecuentemente evolucionan con el tiempo de forma cíclica, con un solo ciclo ó un número entero de ciclos en un año.
- Esto se denomina el **COMPONENTE ESTACIONAL** de una serie temporal.
- Ejemplos: IPI, ventas al por menor, etc.
- **La estacionalidad aparece en los datos económicos debido a:**
 - variables climáticas,
 - normas y costumbres sociales que se repiten año tras año

- TENDENCIA Y ESTACIONALIDAD

EL CRECIMIENTO SISTEMÁTICO CON ESTACIONALIDAD

- Un modelo que capta el crecimiento sistemático con estacionalidad podría ser:

$$X_t = a + b \cdot t + \sum_{j=1}^{j=s} b_j^* S_{jt} + W_t, \quad (13)$$

- Donde $S_{jt} = 1$ en todas las observaciones referidas a la estación j de cada año 0.

- En (13)
$$\sum_{j=1}^{j=s} b_j^* = 0 \quad (14)$$

- El crecimiento medio en cada estación.

$$b_j = b + b_j^*$$
$$1/s \sum b_j = b$$

- El factor estacional: b_j^*

$$b_h^* = - \sum_{j \neq g} b_j^* \quad (15)$$

- Modelizar con $S_{jt}^* = S_{jt} - S_{12t}$.

Estacionalidad

Dependent Variable: LOG(TURISMO)

Method: Least Squares

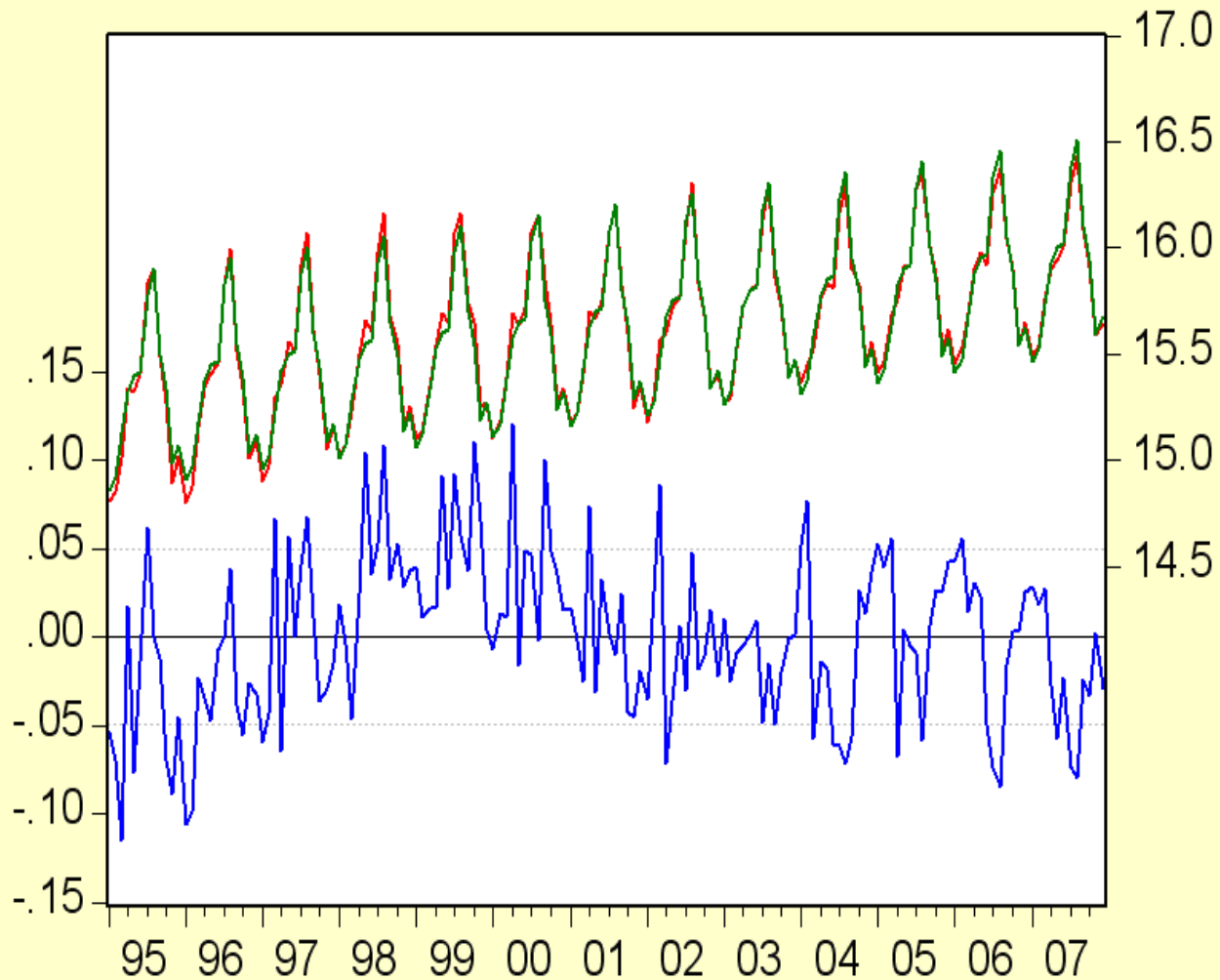
Date: 03/04/08 Time: 18:58

Sample (adjusted): 1995M01 2007M12

Included observations: 156 after adjustments

LOG(TURISMO)=C(1)+C(2)*TIEMPO+C(3)*ENERO+C(4)*FEBRERO
 +C(5)*MARZO+C(6)*ABRIL+C(7)*MAYO+C(8)*JUNIO+C(9)
 *JULIO+C(10)*AGOSTO+C(11)*SEPTIEMBRE+C(12)*OCTUBRE
 +C(13)*NOVIEMBRE

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	15.01878	0.015511	968.2594	0.0000
C(2)	0.004202	8.77E-05	47.88846	0.0000
C(3)	-0.161769	0.019325	-8.370866	0.0000
C(4)	-0.104806	0.019321	-5.424431	0.0000
C(5)	0.095762	0.019317	4.957329	0.0000
C(6)	0.285561	0.019314	14.78527	0.0000
C(7)	0.359701	0.019311	18.62682	0.0000
C(8)	0.374217	0.019308	19.38111	0.0000
C(9)	0.726799	0.019306	37.64604	0.0000
C(10)	0.853399	0.019304	44.20767	0.0000
C(11)	0.446278	0.019303	23.11970	0.0000
C(12)	0.281957	0.019302	14.60771	0.0000
C(13)	-0.079414	0.019301	-4.114408	0.0001
R-squared	0.983666	Mean dependent var	15.60512	
Adjusted R-squared	0.982296	S.D. dependent var	0.369830	
S.E. of regression	0.049208	Akaike info criterion	-3.105849	
Sum squared resid	0.346270	Schwarz criterion	-2.851694	
Log likelihood	255.2562	Durbin-Watson stat	1.187246	



— Residual — Actual — Fitted

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.401	0.401	25.584	0.000
		2	0.356	0.233	45.909	0.000
		3	0.299	0.121	60.333	0.000
		4	0.072	-0.167	61.168	0.000
		5	0.114	0.041	63.280	0.000
		6	-0.002	-0.069	63.280	0.000
		7	0.007	0.034	63.288	0.000
		8	0.157	0.193	67.372	0.000
		9	0.255	0.258	78.245	0.000
		10	0.239	0.033	87.870	0.000
		11	0.432	0.260	119.57	0.000
		12	0.396	0.127	146.44	0.000
		13	0.258	-0.081	157.95	0.000
		14	0.269	-0.006	170.54	0.000
		15	0.101	-0.025	172.31	0.000
		16	0.017	-0.099	172.36	0.000
		17	0.009	-0.029	172.37	0.000
		18	-0.089	-0.060	173.80	0.000
		19	-0.183	-0.311	179.83	0.000
		20	-0.010	-0.047	179.85	0.000
		21	0.034	0.056	180.06	0.000
		22	0.046	-0.117	180.44	0.000
		23	0.274	0.166	194.40	0.000
		24	0.045	-0.146	194.77	0.000
		25	0.081	-0.150	195.99	0.000
		26	0.094	0.031	197.67	0.000
		27	-0.105	0.029	199.76	0.000
		28	-0.024	0.068	199.88	0.000
		29	-0.144	0.022	203.89	0.000
		30	-0.284	-0.113	219.63	0.000
		31	-0.176	-0.069	225.77	0.000
		32	-0.097	0.114	227.64	0.000
		33	-0.102	0.086	229.72	0.000
		34	-0.044	-0.155	230.11	0.000
		35	-0.031	-0.009	230.30	0.000
		36	-0.093	-0.065	232.09	0.000

TRUNCAMIENTO ESTACIONAL

- **Series ajustadas de estacionalidad**

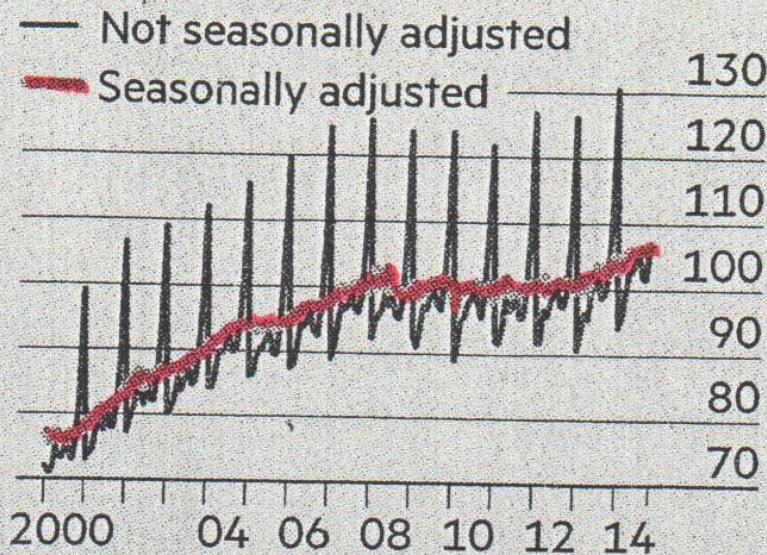
Series ajustadas de estacionalidad

- Con buenos modelos de predicción las series ajustadas de estacionalidad tienen menos interés.
- No obstante son todavía muy utilizadas.

Datawatch

UK retail sales volume

Indices, 2011=100



Source: Thomson Reuters Datastream

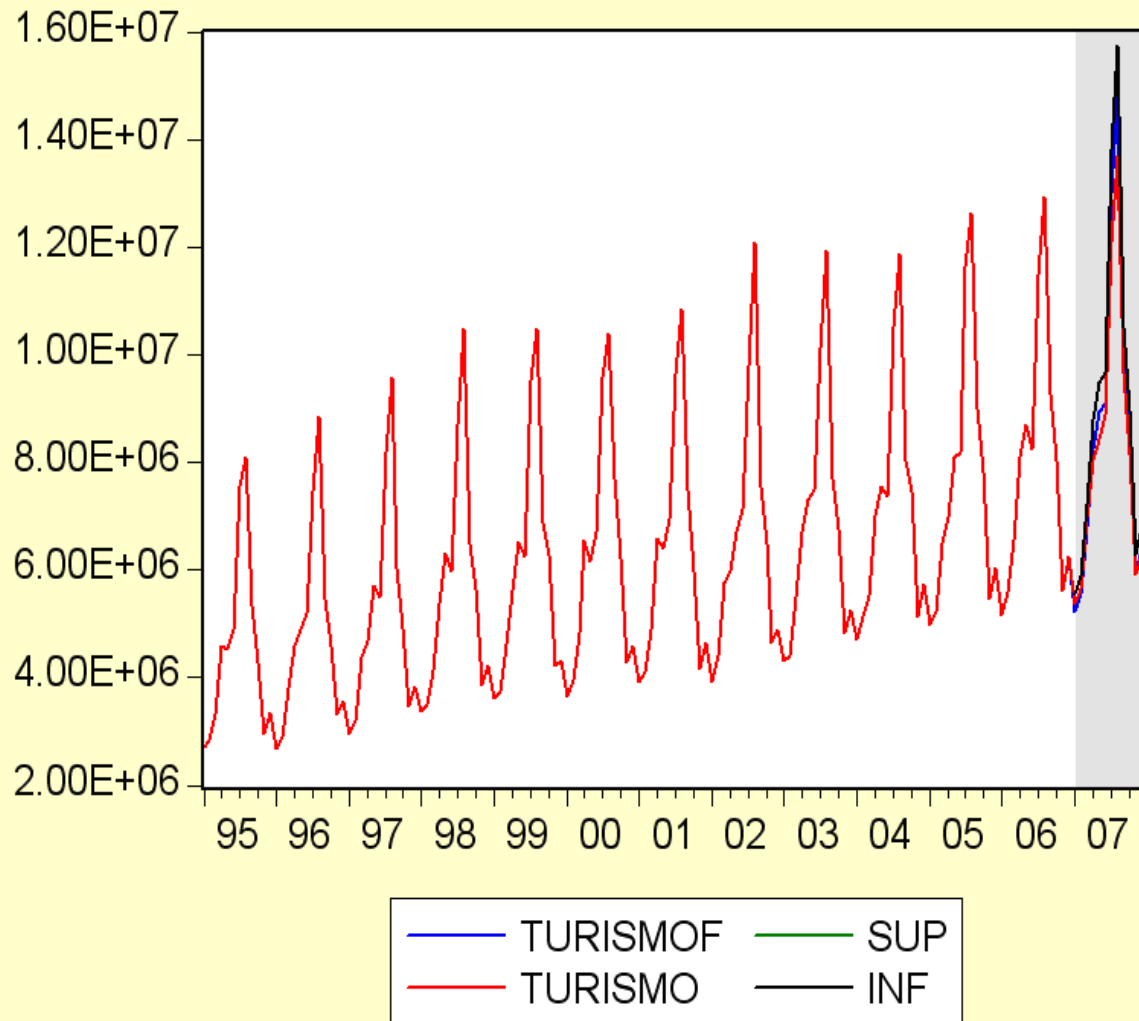
The importance of the Christmas period to retailers can be seen in this chart. Since 2000 sales in December have been 30 per cent higher on average than in the other months of the year.

**PREDICCIÓN
CON
TENDENCIAS DETERMINISTAS**

UTILIDAD RELATIVA DE LAS TENDENCIAS DETERMINISTAS

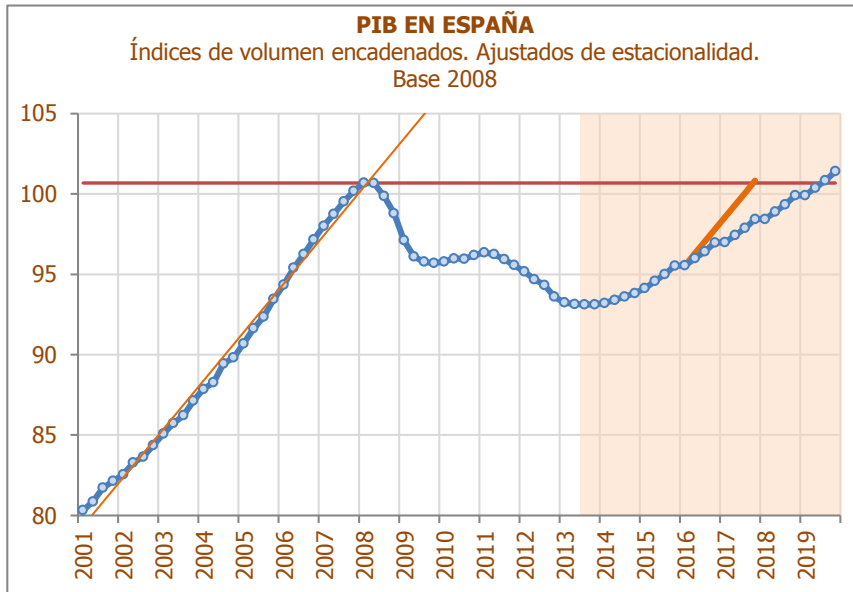
- En general, se puede decir que una **tendencia determinista puede ser útil para resumir el pasado en una serie temporal corta**, consumo de cemento en unos 15-20 años, **pero muy poco informativa para periodos largos**, por sus cambios de pendiente como en el PIB 1850 hasta hoy o en series afectadas por la crisis actual.
- **Por eso su extrapolación hacia el futuro puede resultar peligrosa.**

Serie original y Predicción con un modelo con tendencia y factores estacionales.

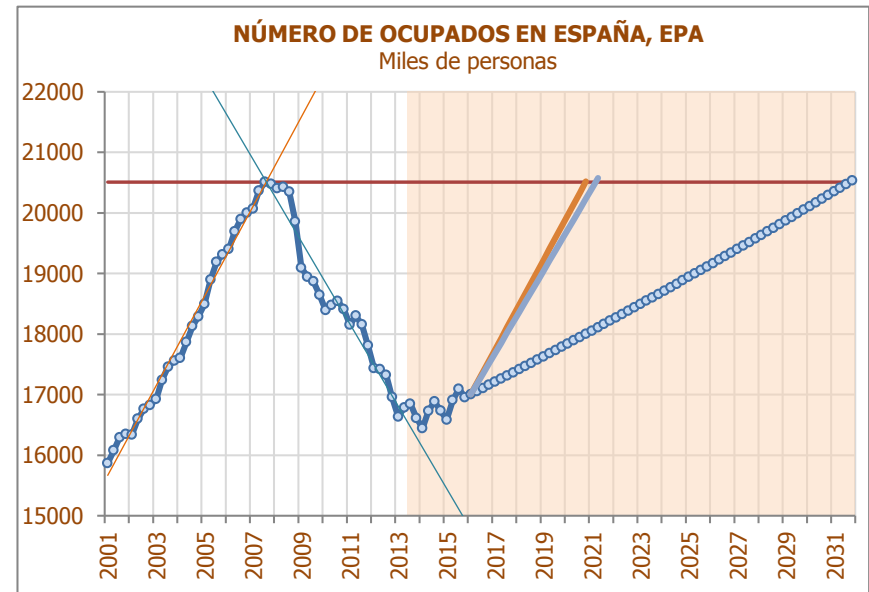


- EN LA ACTUALIDAD ALGUNOS ANALISTAS UTILIZAN LAS TENDENCIAS ANTERIORES A LA CRISIS PARA MEDIR LA MAGNITUD DE LA MISMA.

ENORMES ERRORES CON LA PREDICCIÓN MEDIANTE TENDENCIAS DETERMINISTAS



Proyecciones PIB basadas en crecimientos interanuales constantes desde el I-16 del 3.1% (naranja) y del 1.5% (azul).

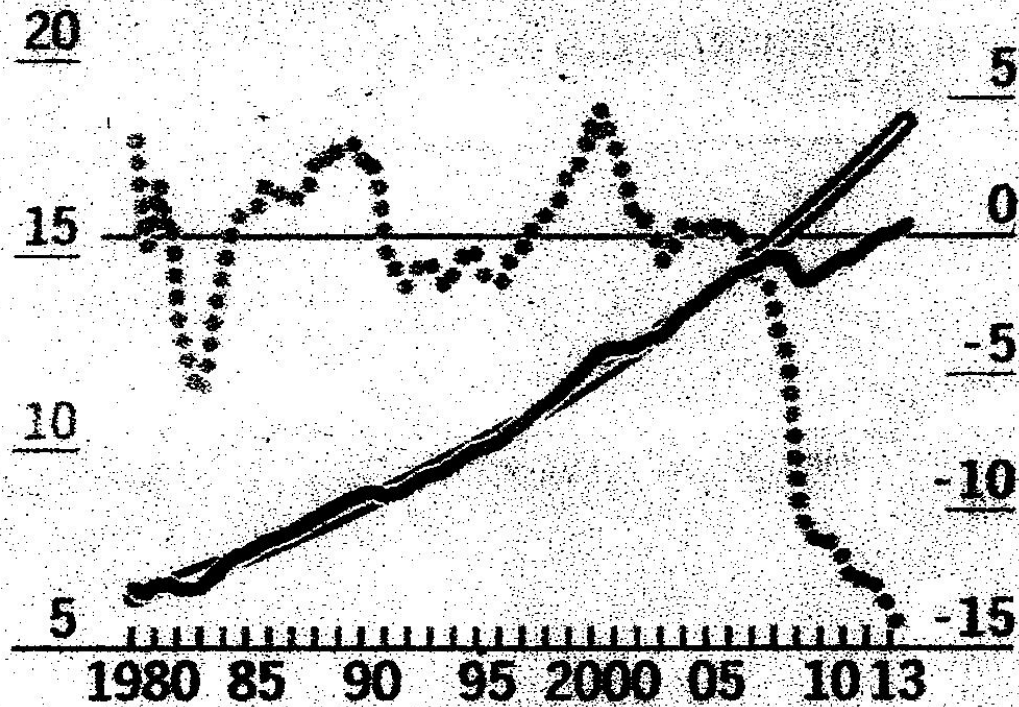


Proyecciones Ocupados basadas en crecimientos interanuales constantes desde el I-16 del 4.2% (naranja), 4% (azul liso) y 1.2% (azul círculos).

US GDP compared with trend

US real GDP
(\$tn at 2009 prices) —
Trend to Q4 2007 =

Deviation from trend
... (%)



Sources: Thomson Reuters Datastream; BEA

**A plot of the “US GDP compared with a trend”
estimated till the last quarter of 2007 for the
seasonally-adjusted US real GDP.**

- The plot includes:
- the results of the model estimated till the last quarter of 2007: dependent variable, fit and residuals, and
- for the period from the first quarter of 2008 till the end of the sample, the values of mentioned version of the US GDP, the projection of the estimated trend and the difference between the GDP and the projected trend, which have been plotted as a continuation of the model residuals.

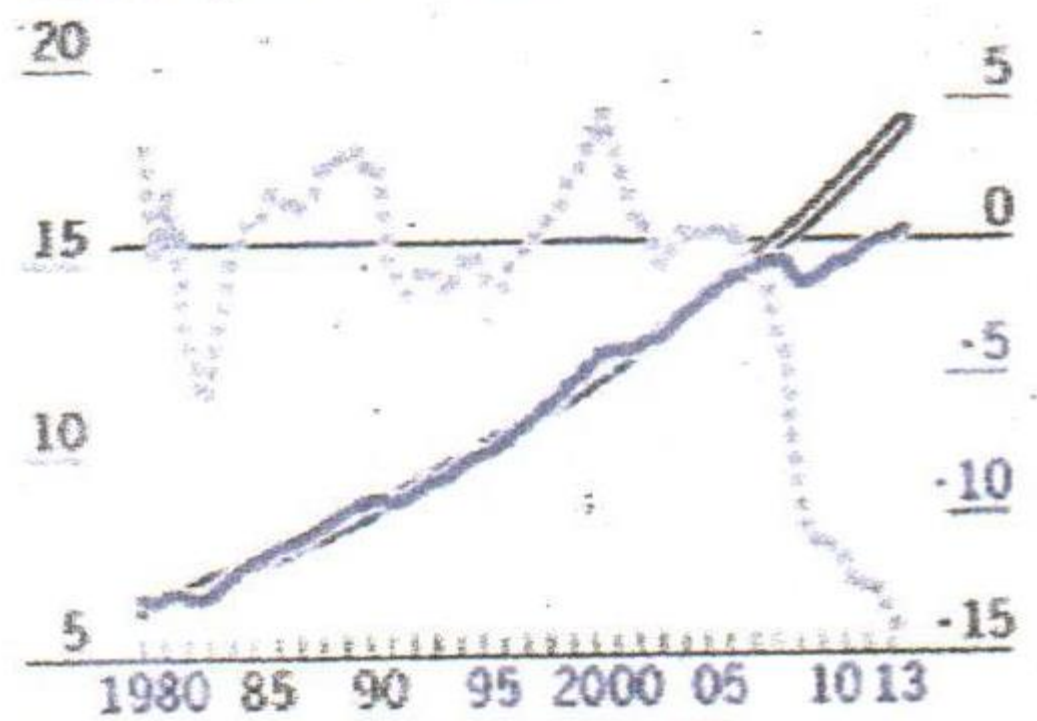
- the model is:
- $\text{Log GDP}_t = a + b t + r_t$
-
- This is a linear trend model, with the trend given by:
- $a + b t$,
- where t is a time variable and b captures the trend quarterly rate of growth of GDP for the period used in the estimation, 1980-2007.
- The residuals, r_t , in the simple regression model (1) are the deviations US GDP from its trend and they are also represented in the dotted line of the plot.

Do you think that the model that you have discussed in the previous question could be a valid approximation for the trend of US GDP for the whole sample 1980-2013?
proposed a deterministic trend model for the US GDP for the whole sample 1980-2013

- .-The possible deterministic trend model should include a break in the level of the trend and also in its growth, because the divergence between US GDGP and the trend keeps increasing in absolute value. The starting point for the break could be the first quarter of 2008.

US GDP compared with trend

US real GDP (Strn at 2009 prices) —
Trend to Q4 2007 —
Deviation from trend (%) ... (%)



Sources: Thomson Reuters Datastream; BEA